

INFORMAÇÃO-PROVA - 2020

MATEMÁTICA

PROVA DE AVALIAÇÃO DE CONHECIMENTOS

O presente documento divulga informação relativa à parte específica de matemática da Prova de avaliação de conhecimentos e competências (doravante designada simplesmente de Prova), prevista para os titulares de cursos de dupla certificação de nível secundário e cursos artísticos especializados para efeito de candidatura ao concurso especial previsto na alínea e) do n.º 2 do artigo 3.º do Decreto-Lei n.º 113/2014, de 16 de junho a realizar em 2020, nomeadamente:

- Objeto de avaliação
- Caracterização da Prova
- Material
- Duração

OBJETO DE AVALIAÇÃO

A Prova tem por referência o Programa para os cursos de dupla titulação de nível secundário e cursos artísticos especializados em que a carga horária da disciplina é de 200 horas.

A Prova permite avaliar a aprendizagem passível de avaliação numa prova escrita de duração limitada, incidindo nos módulos seguintes:

- A2 - Funções polinomiais
- B1 - Funções periódicas e não periódicas
- A3 – Estatística
- A7 – Probabilidade
- A6 - Taxa de variação
- A9 - Funções de crescimento
- A10 - Otimização

CARACTERIZAÇÃO DA PROVA

A Prova é constituída por itens de seleção e itens de construção.

Os itens podem ter como suporte um ou mais documentos, como textos, tabelas, figuras ou gráficos.

Cada item pode envolver a mobilização de conteúdos relativos a mais do que um dos módulos.

A Prova inclui o formulário anexo a este documento.

A Prova é cotada para 100 pontos.

MATERIAL

As respostas são registadas em folha própria, fornecida pela instituição onde é realizada a Prova (modelo oficial).

Como material de escrita, apenas pode ser usada caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta. Não é permitido o uso de corretor.

O examinando **deverá ser portador de uma calculadora científica, mas não gráfica.**

DURAÇÃO

A duração total da Prova, que engloba a componente da área geral de português e a componente da área específica de matemática, é de 120 minutos, a que acresce 30 minutos de tolerância. Cada componente foi construída para ser resolvida em 60 minutos, ficando, contudo, a gestão do tempo de resolução ao critério do candidato.

PROGRAMA

1. Funções.

- 1.1. Generalidades.
- 1.2. Gráficos.
- 1.3. Funções polinomiais (afim, quadrática e cúbica).
- 1.4. Funções racionais.
- 1.5. Funções trigonométricas.
- 1.6. Funções de crescimento (exponencial, logarítmica e logística).
- 1.7. Aplicação das funções na modelação de problemas reais.

2. Otimização.

- 2.1. Taxa de variação média num intervalo.
- 2.2. Taxa de variação num ponto.
- 2.3. Aplicação da derivada no estudo da monotonia e de extremos de funções.
- 2.4. Problemas de otimização.

3. Estatística e probabilidade.

- 3.1. Operações com acontecimentos.
- 3.2. Acontecimentos independentes.
- 3.3. Probabilidade. Probabilidade condicionada.
- 3.4. Distribuição de probabilidade.
- 3.5. Medidas de localização e de dispersão.

ANEXO

Formulário

Probabilidades

X é uma variável aleatória discreta, de valores x_i com probabilidades p_i

- Média de X
$$\mu = p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n$$
- Desvio padrão de X
$$\sigma = \sqrt{p_1(x_1 - \mu)^2 + p_2(x_2 - \mu)^2 + \dots + p_n(x_n - \mu)^2}$$

Probabilidade condicionada de A sabendo que ocorreu B

- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Estatística

Sendo x_i valores observados e dimensão da amostra N

- Média
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$
- Variância
$$s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N-1}$$
- Desvio-padrão
$$s = \sqrt{s^2}$$

Derivadas

- $tmv_{[a,b]} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$
- $(u + v)' = u' + v'$
- $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$

- $(u^n)' = n \times u^{n-1} \times u'$ ($n \in \mathbb{R}$)
- $(\text{sen } u)' = u' \times \text{cos } u$
- $(\text{cos } u)' = -u' \times \text{sen } u$
- $(\text{tg } u)' = \frac{u'}{\text{cos}^2 u}$
- $(e^u)' = u' \times e^u$
- $(a^u)' = u' \times a^u \times \ln a$ ($a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$)
- $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
- $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \times \ln a}$ ($a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$)

Modelos de funções de crescimento

Um modelo de crescimento exponencial é definido por uma função do tipo

- $f(x) = a \times b^x, b > 1$

Um modelo de decrescimento exponencial é definido por uma função do tipo

- $f(x) = a \times b^x, 0 < b < 1$

O modelo logístico é uma função do tipo

- $f(x) = \frac{c}{1+a \times e^{-b}}, a, b, c \in \mathbb{R}^+$

Regras operatórias das potências e dos logaritmos

Sejam $a \neq 0$ e $b \neq 0$:

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $a^n : a^m = a^{n-m}$
- $a^n : b^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
- $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- $a^0 = 1$

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$, $a \in \mathbb{R}^+$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$

Sejam $p \in \mathbb{R}$, $x, y \in \mathbb{R}^+$ e $a, b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$:

- $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$
- $\log_a(x \times y) = \log_a x + \log_b y$
- $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_b y$
- $\log_a x^p = p \times \log_a x$
- $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

Trigonometria

- Fórmula fundamental da trigonometria: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$
- $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi \vee x = \pi - \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm\alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Álgebra

- $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$