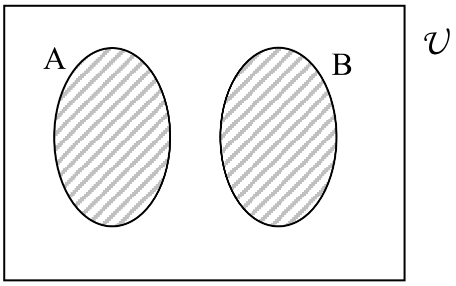
Operações entre conjuntos

Reunião ($\cup$)

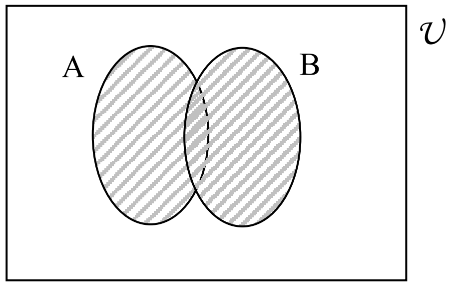
Simbolicamente,

$$A \cup B = \{x \in \mathcal{U} : x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

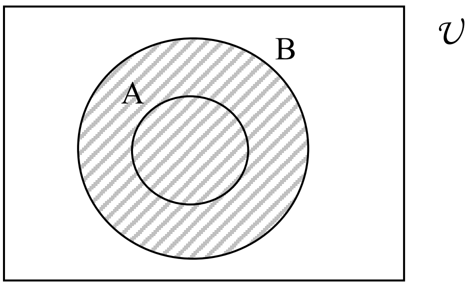
Geometricamente,



A e B conjuntos disjuntos



A e B conjuntos não disjuntos



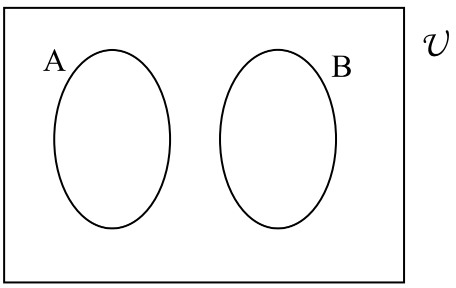
$A \subset B$, então $A \cup B = B$

- **Intersecção ($\cap$)**

Simbolicamente,

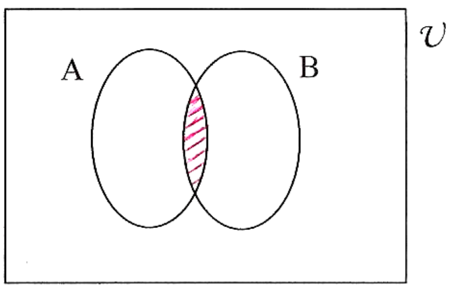
$$A \cap B = \{x \in \mathcal{U} : x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Geometricamente,



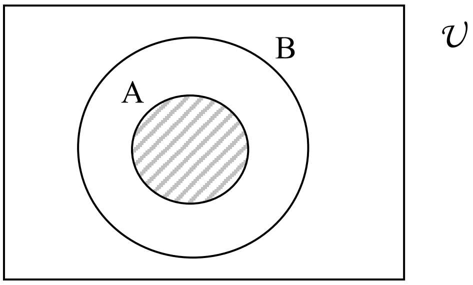
A e B conjuntos disjuntos

$A \cap B = \varnothing$



A e B conjuntos não disjuntos

$A \cap B$



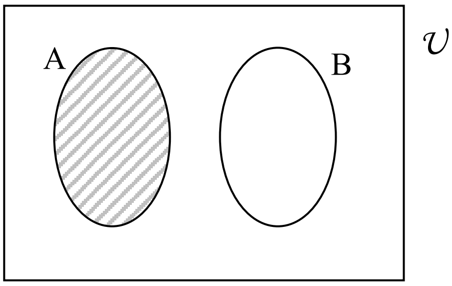
$A \subset B$, então $A \cap B = A$

- **Diferença entre conjuntos (\ ) ou (-)**

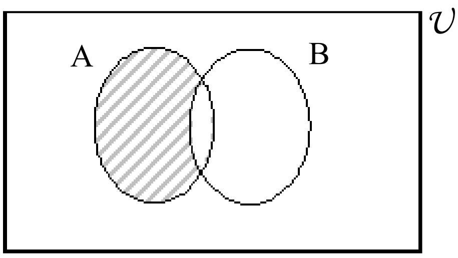
Simbolicamente,

$$\boxed{A \setminus B = A - B = \{x \in \mathcal{U} : x \in A \text{ e } x \notin B\}}$$

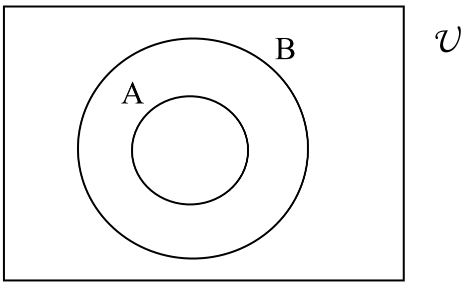
Geometricamente,



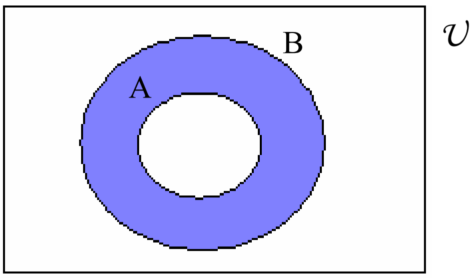
A e B conjuntos disjuntos



A e B conjuntos não disjuntos



$A \subset B$, então $A \setminus B = \varnothing$



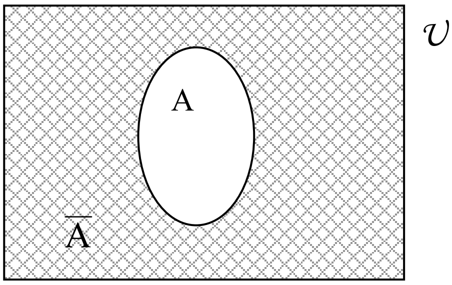
$A \subset B$, então $B \setminus A$

- **Complementação (complementar) ($\overline{\quad}$)**

Simbolicamente,

$$\boxed{\overline{A} = \{x \in \mathcal{U} : x \notin A\}}$$

Geometricamente,



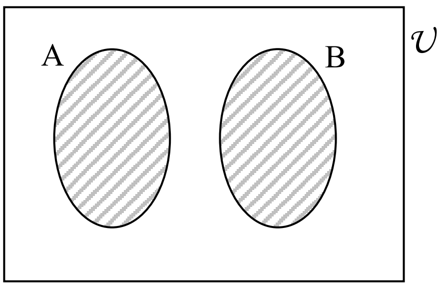
- **Diferença simétrica (Δ)**

Simbolicamente,

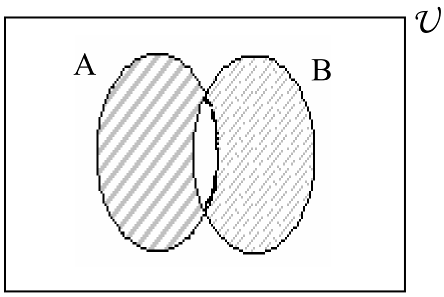
$$\boxed{A \,\Delta\, B = \{x \in \mathcal{U} : \text{ou } x \in A \text{ ou } x \in B\}}$$

Podemos, ainda, representar por: $A \,\Delta\, B = (A \cup B) - (A \cap B)$

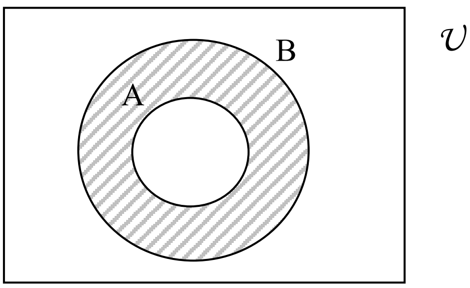
Geometricamente,



A e B conjuntos disjuntos



A e B conjuntos não disjuntos
$A \,\Delta\, B$



$A \subset B$, então $A \,\Delta\, B$

- **Propriedades da reunião**
  - **Comutativa**

    $A \cup B = B \cup A, \; \forall_{A,B}$

  - **Associativa**

    $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), \; \forall_{A,B,C}$

  - **Reunião com Universo**

    $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}, \; \forall_{A}$

    (A reunião de qualquer conjunto com o universo é sempre o universo.)

  - **Reunião com Conjunto Vazio**

    $A \cup \varnothing = A, \; \forall_{A}$

    (A reunião de qualquer conjunto (A) com o conjunto vazio é sempre o próprio conjunto (A).)

  - **Idempotência**

    $A \cup A = A, \; \forall_{A}$

    (A reunião de qualquer conjunto com ele próprio é sempre ele próprio.)

  - **Reunião de um conjunto com o seu completar**

    $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}, \; \forall_{A}$

- **Propriedades da intersecção**
  - **Comutativa**

    $A \cap B = B \cap A, \; \forall_{A,B}$

- **Associativa**

  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C), \ \forall_{A, B, C}$

- **Intersecção com Universo**

  $A \cap \mathcal{U} = A, \ \forall_{A}$

  (A intersecção de qualquer conjunto (A) com o universo é sempre o próprio conjunto (A).)

- **Intersecção com Conjunto Vazio**

  $A \cap \varnothing = \varnothing, \ \forall_{A}$

  (A intersecção de qualquer conjunto (A) com o conjunto vazio é sempre o conjunto vazio.)

- **Idempotência**

  $A \cap A = A, \ \forall_{A}$

  (A intersecção de qualquer conjunto com ele próprio é sempre ele próprio.)

- **Intersecção de um conjunto com o seu completar**

  $A \cap \overline{A} = \varnothing, \ \forall_{A}$

> **Propriedades da diferença entre conjuntos**

- **Não é Comutativa**

  $A \setminus B \neq B \setminus A, \ \forall_{A, B}$

- **Não é Associativa**

  $(A \setminus B) \setminus C \neq A \setminus (B \setminus C), \ \forall_{A, B, C}$

- **Não verifica a Idempotência**

  $A \setminus A = \varnothing, \ \forall_{A}$

  (A diferença entre um conjunto e ele próprio é o conjunto vazio.)

- **Se A e B são conjuntos disjuntos** ($A \cap B = \emptyset$), então

$A \setminus B = A$ e $B \setminus A = B$

Propriedades da diferença simétrica

- **Comutativa**

  $A \, \Delta \, B = B \, \Delta \, A, \ \forall_{A, B}$

- **Associativa**

  $(A \, \Delta \, B) \, \Delta \, C = A \, \Delta \, (B \, \Delta \, C), \ \forall_{A, B, C}$

- **Não verifica a Idempotência**

  $A \, \Delta \, A = \emptyset, \ \forall_{A}$

  (A diferença simétrica entre um conjunto e ele próprio é o conjunto vazio.)

Propriedades do complementar

- **Idempotência**

  $\overline{\overline{A}} = A \, , \ \forall_{A}$

  (O complementar do complementar de qualquer conjunto é sempre o próprio conjunto.)

Leis de De Morgan

- $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

(O complementar da reunião é igual à intersecção dos complementares.)

- $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

(O complementar da intersecção é igual à reunião dos complementares.)

- **Propriedade distributiva**
  - **Da reunião em relação à intersecção**

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C),\ \forall_{A,B,C}$$

ou

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C),\ \forall_{A,B,C}$$

  - **Da intersecção em relação à reunião**

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C),\ \forall_{A,B,C}$$

ou

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),\ \forall_{A,B,C}$$