CÁLCULO VECTORIAL

1. Dados três pontos, A=(2,-3,1), B=(-4,-2,6) e C=(1,5,-3) determine:

a) O vector que se estende de A até C.

b) O vector unitário dirigido de B para A.

c) A distância entre B e C.

2. Um campo vectorial é definido pela seguinte expressão $w = 4x^2 y\hat{i} - (7x + 2z)\hat{j} + (4xy + 2z^2)\hat{k}$

a) Qual a intensidade do campo no ponto P=(2,-3,4)?

b) Determine o vector unitário que indique a direcção e sentido do campo no ponto P.

3. Dados os vectores $\vec{A} = -6\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}$ e $\vec{B} = 4\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$, determine:

a) O módulo de $\vec{A} + 2\vec{B}$.

b) Um vector unitário com a direcção e sentido de $\vec{A} + 2\vec{B}$.

c) Um vector $\vec{C}$, tal que $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$=0.

4. Os vértices de um triângulo estão localizados nos pontos A=(-1,2,5), B=(-4,-2,3) e C=(1,3,-2). Determine:

a) O perímetro do triângulo.

b) O vector unitário na direcção do segmento que une os pontos médios dos lados AB e BC, com o sentido do ponto médio de AB para o ponto médio de BC.

5. Os vectores $\vec{A} = 4\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$ e $\vec{B} = 2\hat{i} + 8\hat{j} + 3\hat{k}$ possuem origens coincidentes com o sistema de coordenadas cartesianas. Determine:

a) A distância entre as suas extremidades

b) Um vector unitário na direcção de $\vec{A}$.

c) Um vector $\vec{C}$ que seja paralelo ao vector $\vec{A}$ e tenha módulo igual ao vector $\vec{B}$.

6. Dados $\vec{F} = 2\hat{i} - 5\hat{j} - 4\hat{k}$ e $\vec{G} = 3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k}$, determine:

a) $\vec{F} \cdot \vec{G}$.

b) O ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{G}$.

c) A componente de $\vec{F}$ na direcção de $\vec{G}$.

7. Determine o produto escalar de cada par de vectores

a) $\vec{A} = 4\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$; $\vec{B} = -2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

b) $\vec{A} = 12\hat{i} - 9\hat{j} - 16\hat{k}$; $\vec{B} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$

c) $\vec{A} = 2\hat{i} + 8\hat{j} + 12\hat{k}$; $\vec{B} = 4\hat{i} - 16\hat{j} + 12\hat{k}$

8. Determinar o produto vectorial de cada par de vectores:

a) $\vec{A} = 4\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$; $\vec{B} = -2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$

b) $\vec{A} = 12\hat{i} - 9\hat{j} - 16\hat{k}$; $\vec{B} = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$

c) $\vec{A} = 2\hat{i} + 8\hat{j} + 12\hat{k}$; $\vec{B} = 4\hat{i} - 16\hat{j} + 12\hat{k}$

9. Sendo $\vec{A} = 4\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ e $\vec{B} = -2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$, encontre um vector unitário perpendicular a $\vec{A}$ e a $\vec{B}$.

ELECTROSTÁTICA

Instituto Politécnico de Bragança Escola Superior de Tecnologia e Gestão	**Engenharia Informática** **Física 2** **2º Ano – 1º Semestre**

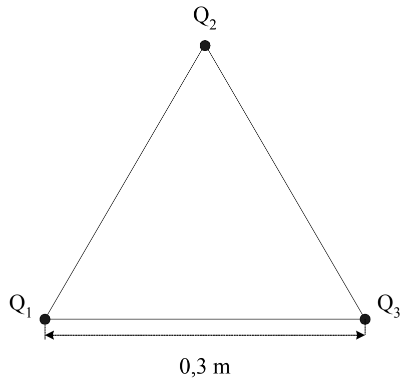
1. Calcular a força que actua numa carga de 5μC colocada na origem O(0,0) devido às cargas Q_1 de -6μC colocada no ponto A(-4,3) m e Q_2 de 2μC colocada no ponto B(-2,-2) m.

2. Escrever a expressão vectorial da força eléctrica que actua na carga Q de -3μC, situada no ponto de coordenadas (0,0,1) m, devido às cargas -1μC (1,0,0) m e 2μC (0,1,0) m. Escrever a expressão vectorial do campo electrostático na origem O(0,0,0).

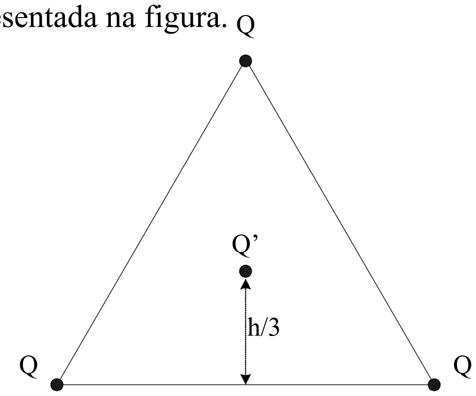
3. Duas cargas positivas Q_1 e Q_2, de 1μC cada, estão colocadas em dois vértices de um triângulo equilátero, cujo comprimento dos lados é 0,3 m. No outro vértice está colocada uma carga negativa, Q_3=-1μC, de acordo com a figura. Determine:

a) A força exercida sobre a carga negativa.

b) A força exercida em cada uma das cargas positivas.



4. Considere a configuração de cargas electrostáticas apresentada na figura.



Sabendo que as cargas Q são iguais, sendo cada uma de 1C, e equidistantes, separadas por 1m, determinar o tipo de carga Q' existente no centro geométrico da configuração para que o sistema fique em equilíbrio.

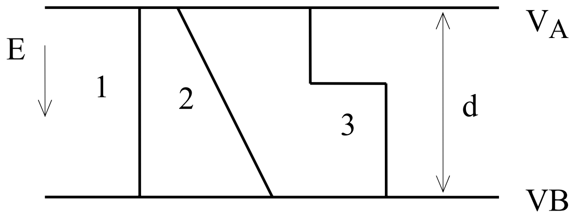
5. Considere uma carga Q_1 de -3μC colocada no ponto posicionado através do vector $\vec{r} = (1,3,0)(cm)$ e uma outra carga Q_2=5 μC colocada na origem.

a) Determine a força que Q_1 exerce em Q_2.

b) Qual(ais) o(s) pontos onde o campo eléctrico devido a estas duas cargas é nulo.

6. O campo eléctrico numa dada região do espaço é dado pela expressão $\underline{E}$=5000i-5000j V/m. Calcular a diferença de potencial V_B-V_A entre os pontos A(0,5,-1) m e B(-3,2,2) m.

7. Considere duas placas metálicas de grandes dimensões, de forma a poder desprezar a não uniformidade do campo eléctrico nas duas extremidades.



Calcular, a partir da definição de diferença de potencial, a intensidade de campo eléctrico no interior das placas segundo os percursos indicados na figura.

8. Considere duas cargas Q_1=2μC e Q_3=3μC à distância de 1m uma da outra.

a) Calcular o campo eléctrico no ponto médio entre as duas cargas.

1) Apenas devido à carga Q_1

2) Apenas devido à carga Q_2

3) Devido às duas cargas

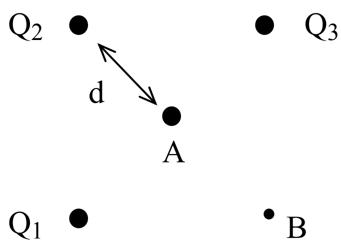
b) Calcule a distância a Q_2 do ponto A, onde o campo devido às duas cargas é nulo, e o potencial desse ponto.

c) Que força deverá ser exercida sobre Q_2 para a manter na posição indicada?

d) Calcular a força sobre uma carga Q_2=2μC quando é colocada no ponto médio e quando é colocada no ponto A.

e) Quando se coloca Q_3 no ponto A que força deverá ser exercida sobre Q_2 para a manter nessa posição?

9. Calcular os potenciais V_A e V_B e a diferença de potencial entre os pontos A e B, devido à distribuição de cargas apresentada na figura.



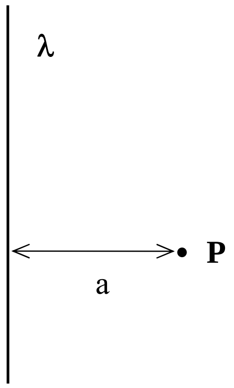
Q_1=3μC

Q_2=-5μC

Q_3=2μC

d=3m

10. Considere o fio rectilíneo e infinito carregado com uma densidade linear de carga λ.



a) Determine a expressão do campo eléctrico num ponto P situado à distância **a** do fio através da lei de Coulomb.

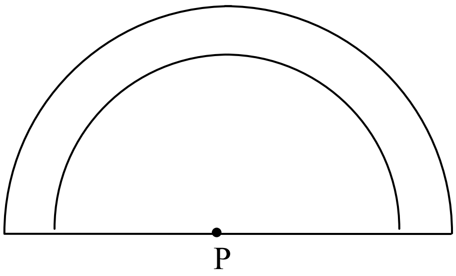
b) Obtenha o mesmo resultado da alínea a) usando a lei de Gauss.

c) Determine a diferença de potencial entre dois pontos A e B situados à distância r_A e r_B do fio.

d) Considerando os pontos A e B pertencentes ao mesmo raio, calcular a velocidade que deverá ter um protão quando passa no ponto B de modo a atingir o ponto A.

λ=1×10-7 C/m; r_A=30cm; r_B=50cm.

11. Calcular o campo eléctrico no centro P do arco semi-circular uniformemente carregado da figura.



12. Sabendo que o fluxo eléctrico é dado pela expressão $\vec{D} = e^{-x}\text{sen}y\,\hat{i} - e^{-x}\cos y\,\hat{j} + 2z\,\hat{k}$, determine a carga contida no volume elementar $\Delta V = 10^{-9}\,m^3$ na origem.

13. Calcular a divergência de cada um dos seguintes campos vectoriais no ponto P=(1,-1,2).

a) $\vec{D} = xye^{2y}z\,\hat{i} + x^2z^2e^{2y}\,\hat{j} + x^2ze^{2y}\,\hat{k}$

b) $\vec{D} = 0{,}2\,\hat{i} - 0{,}6\,\hat{j} + 0{,}35\,\hat{k}$

c) $\vec{G} = xy^2z^3\,\hat{i} + 2xy^2z^3\,\hat{j} + 3xy^2z^3\,\hat{k}$

14. Sendo $\vec{D} = xy^2z^2\,\hat{i} + x^2yz^2\,\hat{j} + x^2y^2z\,\hat{k}$ (C/m^2), determinar:

a) A expressão para a densidade volumétrica de carga.

b) A quantidade de carga no ponto P=(1,1,1) contida no volume $\Delta V = 10^{-9}\,m^3$.

c) A carga contida no cubo definido por $0 \le x \le 2$; $0 \le y \le 2$; $0 \le z \le 2$.

d) Determinar a densidade média de cara ao longo do volume do cubo.

e) Compare as alíneas **b)** e **d)**. Tire conclusões.

15. Seja $\vec{D} = 20xy^3z^4\,\hat{i} + 30x^2y^2z^4\,\hat{j} + 40x^2y^3z^3\,\hat{k}$ (C/m^2). Determinar a carga contida num volume igual a 10^{-3} m^3, localizado em:

a) P=(3,1,2).

b) P=(2,2,3).

c) Em que ponto da região $0 \le x \le 3$; $0 \le y \le 3$; $0 \le z \le 3$; é máxima a quantidade de fluxo que atravessa o volume elementar de 10^{-10} m^3.

d) Determinar a quantidade de fluxo que atravessa o volume elementar 10^{-10} m^3, no ponto onde o fluxo é máximo.

16. Uma superfície esférica de raio R tem uma carga uniformemente distribuída, σ (C/m^2).

a) Determinar o campo eléctrico no interior, na superfície e no exterior da superfície.

b) Determinar o valor do potencial num ponto:

1. do interior da esfera

2. da superfície da esfera

3. do exterior da esfera

c) Desenhar o gráfico do potencial em função da distância ao centro da esfera, V(r).

17. Considere uma esfera de raio R uniformemente carregada com uma densidade volumétrica de carga ρ (C/m^3).

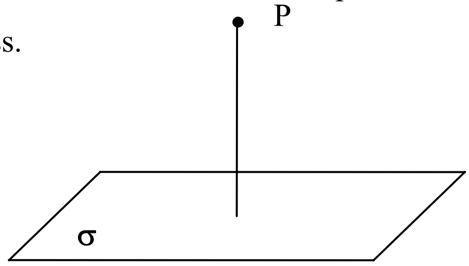
a) Determinar o campo eléctrico no interior, à superfície e no exterior da esfera.

b) Determinar o potencial no interior, à superfície e no exterior da esfera.

c) Desenhar os gráficos da intensidade de campo eléctrico e do potencial em função da distância ao centro da esfera.

d) Considere esta esfera no interior da superfície esférica do problema anterior, concêntricas e no vazio. Desenhar os gráficos de E(r) e V(r).

18. Determinar, em todos os pontos do espaço, o campo eléctrico criado por um plano infinito carregado uniformemente com uma densidade superficial de carga σ (C/m^2) usando a lei de Coulomb e a lei de Gauss.



Determinar ainda o campo eléctrico no interior de duas placas paralelas e infinitas com densidade superficial de carga $+\sigma$ (C/m^2) e $-\sigma$ (C/m^2).

Calcular a força por unidade de superfície de uma das placas devido à carga da outra.

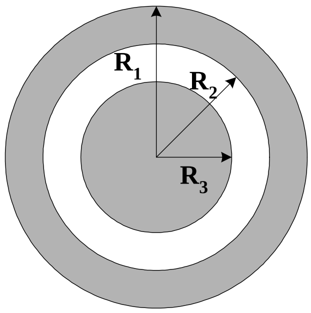
19. Numa esfera de raio R a densidade volumétrica de carga é dada pela expressão $\rho(r) = \frac{Q}{\pi R^4} r$, sendo r a distância do ponto genérico ao centro da esfera.

a) Verifique que a carga total na esfera é Q.

b) Determine o campo eléctrico dentro e fora da esfera

c) Determine o potencial eléctrico dentro e fora da esfera, considerando que o potencial é zero no infinito e que a função potencial é contínua em r=R.

20. Uma esfera tem raio exterior R1=10 cm. A parte central dessa esfera é oca, tem raio R2=7 cm e contém uma outra esfera maciça de raio R3=5 cm. O conjunto possui uma carga total $Q=10^{-8}$ Coulomb, distribuída uniformemente nas duas esferas.



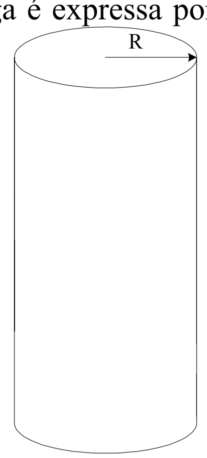
Determinar:

a) As expressões do campo eléctrico em função da distância ao centro da esfera.

b) As expressões do potencial eléctrico em função da distância ao centro da esfera.

c) Esboce os gráficos

21. Considere um cilindro comprido cuja densidade volumétrica de carga é expressa por uma função $\rho(r)$ (C/m^3).



a) Será possível utilizar a lei de Gauss para calcular a função campo eléctrico em todas as regiões do espaço?

b) Determine o campo eléctrico em todo o espaço, para uma distribuição genérica $\rho(r)$.

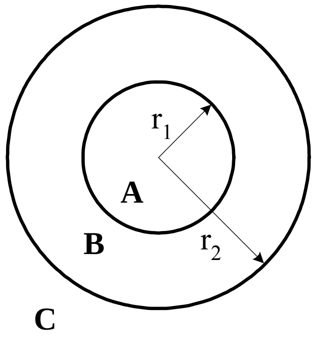
c) Determine o campo eléctrico em todo o espaço, quando:

i) $\rho(r)=7$ para $r<R$ e $\rho(r)=0$ para $r>R$.

ii) $\rho(r)=5e^{r^2}$ para $r<R$ e $\rho(r)=0$ para $r>R$.

iii) $\rho(r)=5r$ para $r<R$ e $\rho(r)=0$ para $r>R$.

22. Considere duas cascas esféricas condutoras apresentadas na figura. A casca interna tem raio r_1=15 cm e carga +10 nC. A casca externa tem raio r_2=30 cm e a carga –15 nC.



Determine:

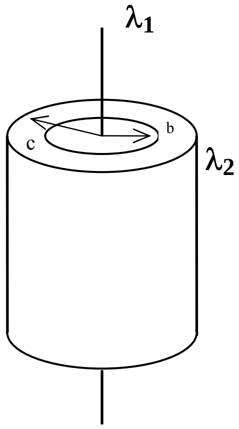
a) O campo eléctrico em cada uma das regiões A, B e C.

b) O campo eléctrico em $r=r_1$ e $r=r_2$.

c) O potencial eléctrico em cada uma das regiões A, B e C.

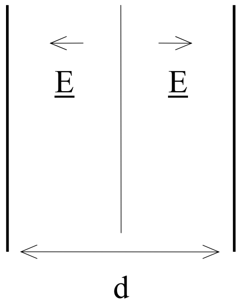
23. Uma carga pontual Q está colocada no centro de uma esfera não carregada de raio interior b e raio exterior c. Calcular o campo eléctrico nas regiões $r<b$; $b<r<c$; $r>c$.

24. Um fio comprido delgado tem uma carga λ_1 por unidade de comprimento. Este fio encontra-se no eixo de um cilindro que tem uma carga total de λ_2 por unidade de comprimento.



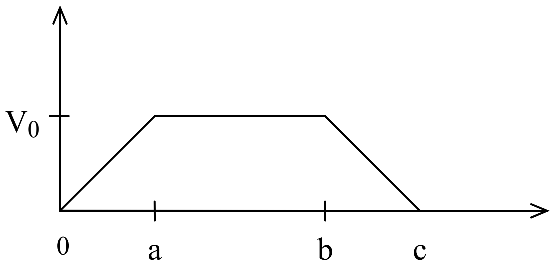
O raio interior do cilindro é b e o exterior é c. Determine o campo eléctrico nas seguintes três regiões: $r<b$; $b<r$; $r>c$. Diga o valor da carga por unidade de comprimento que deverá existir na superfície interior, r=b, e na superfície do cilindro, r=c.

25. No interior de dois cabos paralelos existe uma distribuição volumétrica de carga ρ.

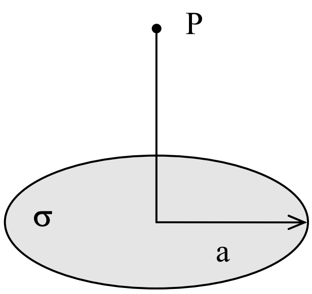


Estudar o campo eléctrico associado a essa distribuição de carga e fazer o gráfico qualitativo representando E ao longo do espaço.

26. A figura mostra como varia o potencial eléctrico ao longo do eixo dos xx. Traçar o gráfico da variação da componente Ex do campo eléctrico. Explicar porque é que as duas áreas obtidas no traçado de Ex devem ser iguais.



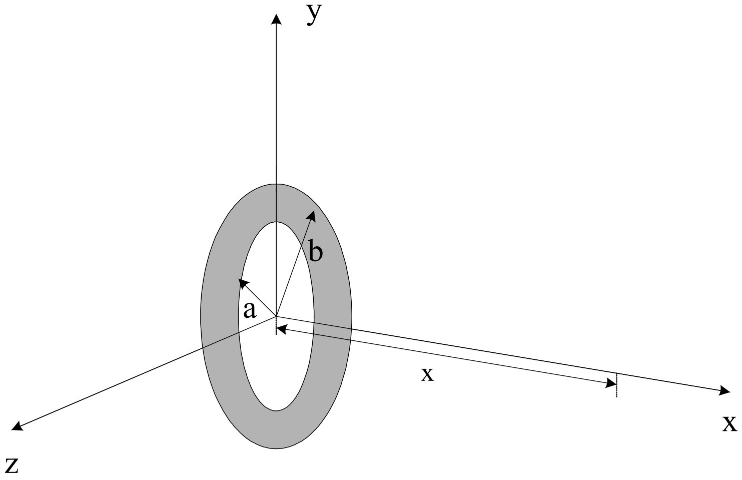
27. Determinar o campo eléctrico criado por uma distribuição linear de carga com forma de circunferência, de raio a, num ponto do seu eixo.



a) Partindo da expressão do potencial.

b) Por integração directa.

28. Considere a coroa circular apresentada na figura, carregada com densidade linear de carga σ (C/m^2). O ponto P está a uma distância **x** do centro da coroa, o raio interno é **a** e o raio externo é **b**.



a) Determinar o potencial eléctrico no ponto P.

b) Determinar o campo eléctrico em P.

29. O potencial eléctrico numa determinada região do espaço é dado por $V = 3x^2y - 4xz - 5y^2$ (V)

Determinar:

a) O potencial eléctrico no ponto P=(1,0,2) m.

b) O campo eléctrico no ponto P=(1,0,2) m.

30. Numa dada região do espaço o campo eléctrico é dado por $V = 5x - 3x^2y + 2yz^2$ (V). Determine:

a) As expressões das componentes do campo eléctrico segundo x, y e z nessa região.

b) O módulo do campo eléctrico em P, cujas coordenadas em metros são (1,0,-2) m.

31. O potencial eléctrico numa determinada região do espaço é dado por $V = 4xz - 5y + 3z^2$ (V).

Determine o módulo do campo eléctrico no ponto (2,-1,3) onde todas as distâncias são em metros.

32. O potencial eléctrico na região situada entre os planos x=0 e x=6m é dado por $V = 10 - 7x$ (V). Determinar:

a) O potencial eléctrico em x=0, x=3 e x=6 m.

b) O módulo, direcção e sentido do campo eléctrico em x=0, x=3 e x=6 m.

33. A função vectorial seguinte representa um campo electrostático possível.

$$E_x = 6xy\,;\ E_y = 3x^2 - 3y^2\,;\ E_z = 0$$

a) Calcule o integral curvilíneo de $\vec{E}$ desde o ponto (0, 0, 0) até ao ponto (x_1, y_1, 0) ao longo do percurso rectilíneo que vai desde (0, 0, 0) até (x_1, 0, 0) e daí, também em linha recta, até (x_1,y_1,0).

b) Faça um cálculo semelhante seguindo os outros dois lados do rectângulo, passando pelo vértice (0, y_1, 0).

c) Justifique que está correcta a afirmação inicial.

d) Determine a função potencial de que deriva o campo eléctrico $\vec{E}$.

e) Obtenha as componentes do campo eléctrico a partir da função potencial eléctrico.

f) Mostre que $\vec{E}$ representa um campo eléctrico possível a partir do rotacional de $\vec{E}$.

g) Calcule a divergência desse campo.

34. Calcular a divergência e o rotacional de cada um dos seguintes campos vectoriais. Se o rotacional for nulo, determine a função potencial escalar da qual esse campo é gradiente.

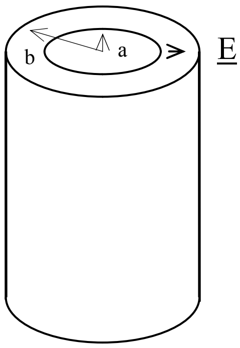
a) $F_x = x + y$; $F_y = -x + y$; $F_z = -2z$;

b) $G_x = 2y$; $G_y = 2x + 3z$; $G_z = 3y$;

c) $H_x = x^2 - y^2$; $H_y = 2$; $H_z = 2xz$;

35. Considere duas placas planas, paralelas e condutoras de $1\mathrm{m}^2$. Elas distam de 1mm e estão carregadas com uma carga de $+1\mathrm{mC}$ e $-1\mathrm{mC}$. Determinar a diferença de potencial entre as duas placas e a capacidade desta configuração.

36. Determinar a expressão da capacidade de um condensador cilíndrico de altura h.



EXERCÍCIOS DE EXAMES

1. Considere a distribuição de cargas electrostáticas, no vazio, representada na figura. As cargas Q_1=5 µC e Q_2=-5 µC estão equidistantes da origem e separadas de 2a (a=0,5 m).

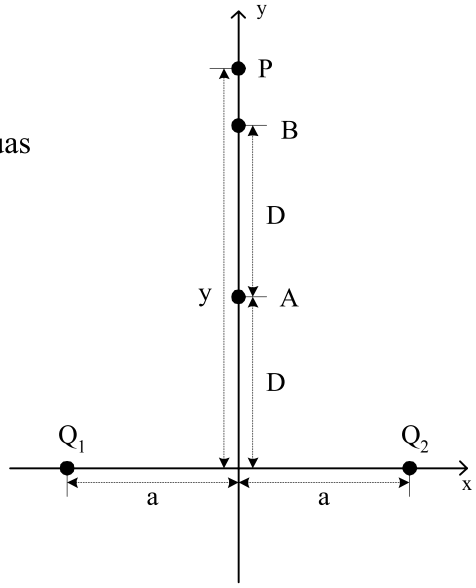
Determine

a) O campo eléctrico no ponto médio entre as duas cargas.

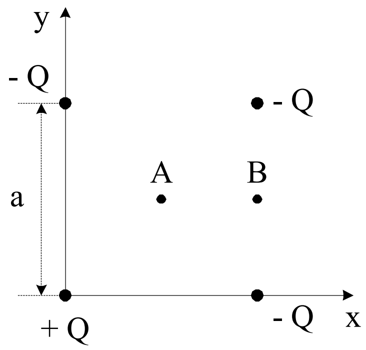
b) O campo eléctrico em A (D=1m).

c) O campo eléctrico no ponto P.

d) A diferença de potencial, V_A-V_B.



2. Quatro cargas pontuais estão nos vértices de um quadrado de lado a=10 cm, como mostra a figura.



Determine

a) A força resultante que actua sobre a carga positiva Q.

b) O campo eléctrico no centro geométrico do quadrado, ponto A.

c) O potencial eléctrico no centro geométrico do quadrado.

d) A diferença de potencial, V_A-V_B.

3. Três cargas pontuais, Q_1, Q_2 e Q_3, estão colocadas nos vértices de um triângulo equilátero com 10 cm de lado.

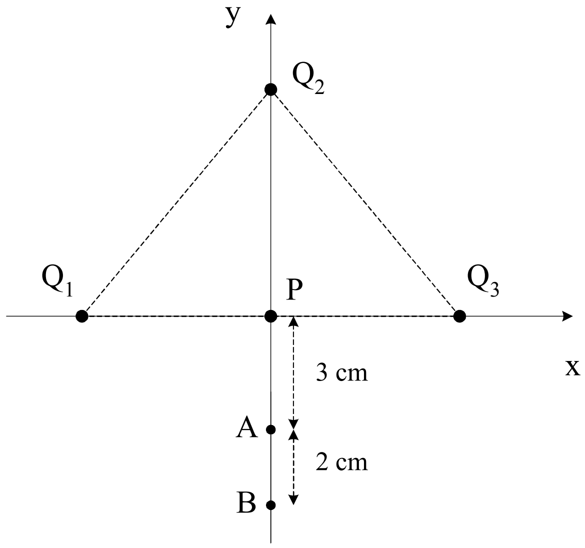
Determine, justificando todas as suas respostas,

e) O campo eléctrico no ponto P.

f) A força resultante que actua sobre uma carga Q_4=-2μC a colocar em P.

g) O potencial eléctrico no ponto A, considerando as quatro cargas.

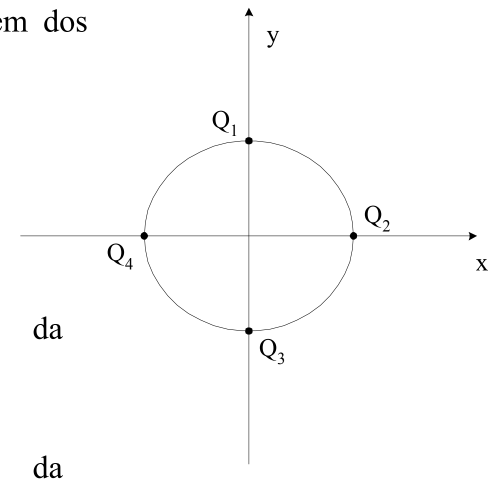
h) A diferença de potencial, V_A-V_B, considerando também as quatro cargas.



Q_1=5μC ; Q_2=-5μC ; Q_3=5μC

4. Considere a distribuição de cargas pontuais apresentada na figura a seguir. As quatro cargas estão colocadas de forma simétrica no perímetro de uma circunferência de raio R=20 cm, cujo centro coincide com a origem dos eixos coordenados.

Q_1=-5 μC, Q_2=10 μC, Q_3=8 μC e Q_4=10 μC.



1. Determine:

   a) O Campo Eléctrico no centro da circunferência.

   b) O Potencial Eléctrico no centro da circunferência.

2. Considere uma carga Q_5=-5 μC colocada no centro da circunferência. Determine:

a) A Força Eléctrica exercida em Q_5.

b) O Campo Eléctrico no centro da circunferência.

3. Esboce as linhas de Campo Eléctrico para a configuração de cargas apresentada na figura.

5. Considere uma carga pontual, Q=10μC, situada no centro de uma esfera oca, de raio R=5 cm, carregada com uma densidade superficial de carga σ=8μC/m^2.

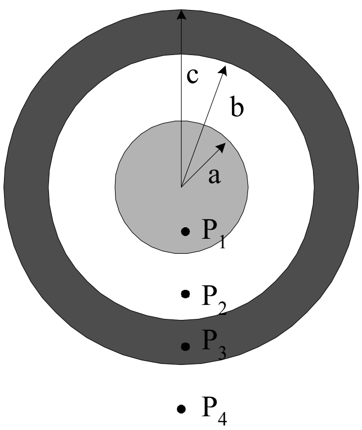
Determine:

a) O campo eléctrico em todas as regiões do espaço, r<R; r=R;r>R.

b) O potencial eléctrico num ponto situado no interior da esfera e num ponto situado no exterior da esfera.

c) A força eléctrica exercida numa carga Q_1 situada sobre o eixo dos xx e a uma distância de 20 cm do centro da esfera.

6. Considere a configuração geométrica apresentada na figura a seguir. A esfera, de raio **a** está carregada com uma densidade volumétrica de carga ρ=5μC/m^3. Por sua vez esta esfera está no interior de uma outra esfera oca, de raio interior **b** e exterior **c**, descarregada.



Determine:

a) O campo eléctrico em todas as regiões do espaço, $r<a$; $r=a$; $a<r<b$; $b<r<c$; $r>c$.

b) O potencial eléctrico em cada um dos pontos P_1, P_2, P_3 e P_4.

c) A diferença de potencial entre r=b e r=c, Vb-Vc.

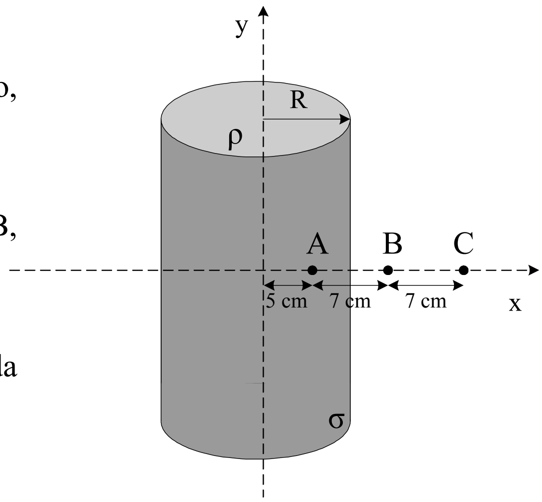
7. Considere o cilindro infinito, de raio R=8 cm, apresentado na figura seguinte. Este cilindro está carregado com uma densidade volumétrica de carga $\rho=3\ \mu C/m^3$, em todo o seu volume. Na superfície possui também uma densidade de carga $\sigma=5\ \mu C/m^2$.

Determine:

a) O campo eléctrico em todas as regiões do espaço, $r<R$; $r=R$; $r>R$.

b) A diferença de potencial entre os pontos A e B, V_A-V_B.

c) A força total exercida na carga Q=10 μC, colocada no ponto C.



MAGNETOSTÁTICA

1. A corrente num condutor, em função do tempo, é dada pela expressão $i(t) = 2t^2 + 4$; I em Amperes e t em segundos.

a) Determine a quantidade de carga que passa num condutor entre t=5s e t=10s.

b) Diga qual o valor da corrente (valor constante) que transportaria a mesma quantidade de carga no dito intervalo.

2. Um electrão em movimento no sentido positivo do eixo dos xx, perpendicular a um campo magnético, sofre um desvio magnético no sentido negativo do eixo dos yy. Qual o sentido do campo magnético nessa região?

3. Um protão que se move com a velocidade de $4 \times 10^6\ ms^{-1}$ através de um campo magnético de 1,7 T, sofre uma força magnética de módulo $8{,}2 \times 10^{-13}\ N$. Qual o ângulo entre o vector velocidade do protão e o vector correspondente ao campo magnético?

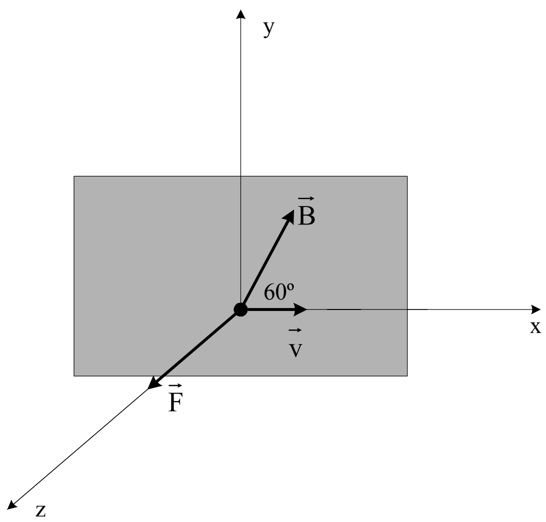
4. O campo magnético numa determinada região do espaço é dado por $\vec{B} = 4\,\hat{i} - 11\,\hat{j}$ (T). Um electrão move-se no campo com uma velocidade $\vec{v} = -2\,\hat{i} + 3\,\hat{j} - 7\,\hat{k}\ ms^{-1}$. Determine o vector força exercida pelo campo magnético sobre o electrão.

5. Um electrão é projectado num campo magnético uniforme dado por $\vec{B} = 1{,}4\,\hat{i} - 2{,}1\,\hat{j}\,(T)$. Determine a expressão vectorial da força exercida sobre o electrão quando a sua velocidade é $\vec{v} = 3{,}7 \times 10^5\ \hat{j}\ ms^{-1}$.

6. Um protão move-se com a velocidade $\vec{v} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 1\hat{k}\ ms^{-1}$, numa região onde o campo magnético é dado por $\vec{B} = 1\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}\ (T)$. Determine o módulo da força magnética que actua sobre essa carga.

7. Mostre que o trabalho realizado pela força magnética que actua sobre uma partícula carregada, em movimento numa região onde existe um campo magnético, é nulo para qualquer deslocamento da partícula.

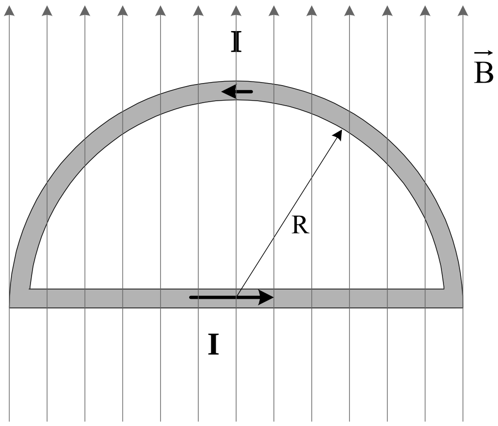
8. Um protão move-se com uma velocidade de $\vec{v} = 8 \times 10^6 ms^{-1}\ \hat{i}$. Entra então numa região onde há um campo magnético de 2,5 (T) que faz um ângulo de 60º com o eixo dos xx, no plano xy. Determinar a força magnética inicial sobre o protão e a respectiva aceleração inicial.



9. Um filtro de velocidades é constituído por um campo eléctrico $\vec{E} = E\hat{k}$ (N/C) e um campo magnético $\vec{B} = B(-\hat{j})$ (T). Se B=0,015 (T) determine o valor de E de tal forma que um electrão que se move com uma velocidade de 5 ms^{-1} ao longo do eixo dos xx, no sentido positivo, não seja desviado.

10. Numa determinada região do espaço coexistem um campo eléctrico, $\vec{E} = (3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}) \times 10^4\ (NC^{-1})$ e um campo magnético, no plano YZ desconhecido. Uma partícula de carga Q = 10^{-10} C sofre, no instante em que possui a velocidade $\vec{v} = 10^3\,\hat{i}\ (ms^{-1})$, uma força $\vec{F} = (3\hat{i} + 2\hat{j}) \times 10^{-6}\ (N)$. Determine o vector campo magnético.

11. Um fio condutor curvado na forma de um semicírculo de raio R, forma um circuito fechado que será percorrido por uma corrente I. O circuito está no plano xy e situado numa região onde existe um campo magnético uniforme orientado no sentido positivo do eixo dos yy.



Determinar a força magnética exercida sobre a parte rectilínea e sobre a parte circular do circuito.

12. Determinar a força por unidade de comprimento que actua sobre um condutor percorrido por uma corrente de 22 A, numa região onde existe um campo magnético de 0,77 (T), perpendicular à direcção do condutor.

13. Um fio condutor é percorrido por uma corrente de 2,4 A. Uma secção rectilínea do condutor, com 0,75 m de comprimento, orientada sobre o eixo dos xx, está num campo magnético uniforme $\vec{B} = 1{,}6\,\hat{k}\ (\mathrm{T})$. Se a corrente tiver o sentido positivo do eixo dos xx, qual a força magnética exercida sobre esse segmento de condutor?

14. Um fio condutor de 2,8 m de comprimento é percorrido por uma corrente de 5 A, numa região onde existe um campo magnético uniforme de 0,39 (T). Determine o módulo da força magnética exercida sobre o condutor, se o ângulo entre o campo magnético e a direcção da corrente no fio for:

a) 60º.

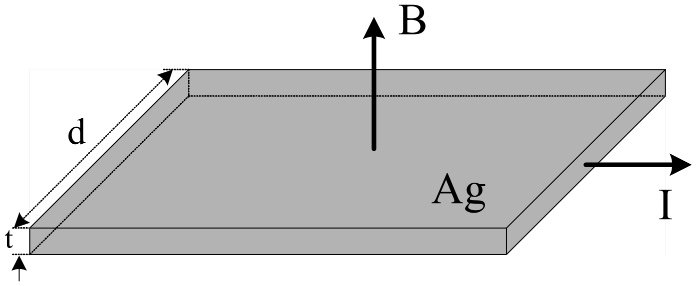
b) 90º.

c) 120º.

d) Comente os resultados obtidos nas alíneas anteriores.

15. Um fio condutor é percorrido por uma corrente I=15 A com o sentido positivo do eixo dos xx, perpendicular a um campo magnético. O fio condutor sofre uma força magnética por unidade de comprimento de 0,63 N/m, no sentido negativo do eixo dos yy. Determine o módulo, direcção e sentido do campo magnético onde se encontra o condutor.

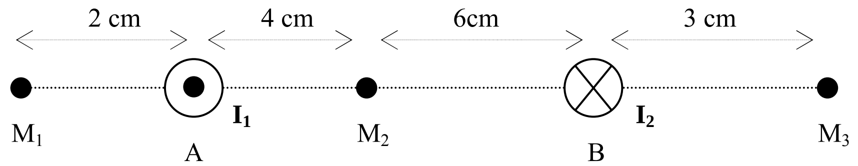
16. Uma fita delgada de prata, com a espessura t=0,2 mm, é usada para a medição, pelo efeito Hall, de um campo magnético uniforme, perpendicular ao plano da fita, como mostra a figura. O coeficiente Hall da prata é $R_H = 0{,}84 \times 10^{-10}\ \mathrm{m^3/C}$.



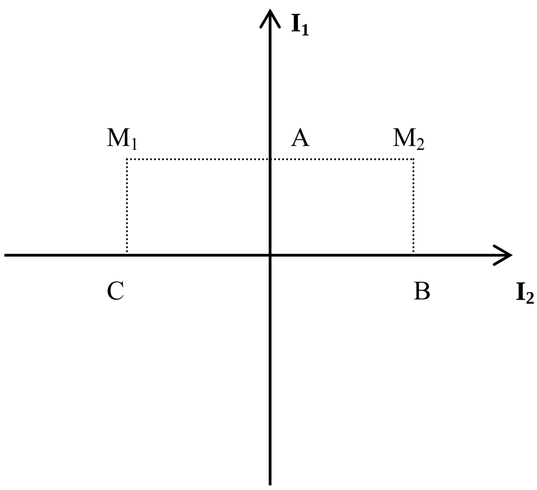
a) Determine a densidade efectiva de portadores de carga, n, da prata.

b) Se a corrente I=20 A provoca uma tensão Hall, V_H=15 μV, determine o módulo do campo magnético aplicado.

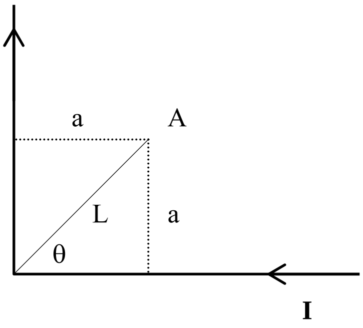
17. Na figura estão representadas as secções de dois condutores rectilíneos infinitos, percorridos por correntes eléctricas. A distância AB entre os condutores é igual a 10 cm. I_1=20 A e I_2=30 A. Calcular o campo magnético originado pelas correntes I_1 e I_2 nos pontos M_1, M_2 e M_3.



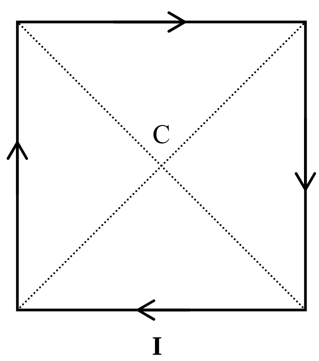
18. Dois condutores rectilíneos e infinitamente longos são perpendiculares entre si e encontram-se no mesmo plano. Calcule o campo magnético nos pontos M_1 e M_2 sendo I_1=2A e I_2=3 A. AM_1=AM_2=1 cm e BM_1=BM_2=2 cm.



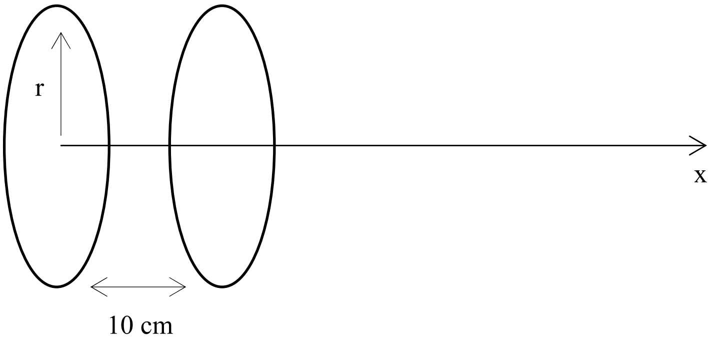
19. Uma corrente 20 A fluí por um condutor infinito, torcido em ângulo recto. Calcular o campo magnético num ponto situado sobre a bissectriz desse ângulo e à distância de 10 cm do vértice do mesmo.



20. Com um condutor de 1m de comprimento forma-se um contorno quadrado. Por esse quadrado circula uma corrente de 10 A de intensidade. Calcular o campo magnético no centro do quadrado.



21. Duas espiras circulares de 4 cm de raio encontram-se em planos paralelos e à distância de 0,1 m uma da outra. Pelas espiras circulares circulam as correntes $I_1=I_2=2A$.

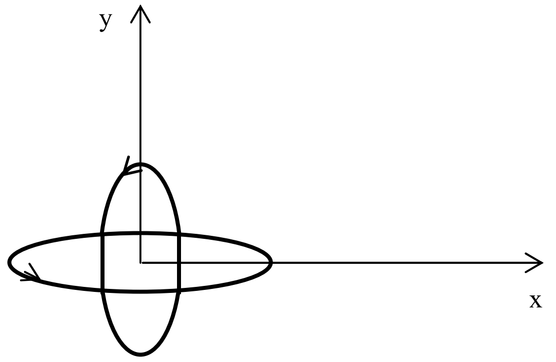


Calcular o campo magnético no eixo das espiras para um ponto situado a uma dada distância delas. Considerar os dois casos seguintes:

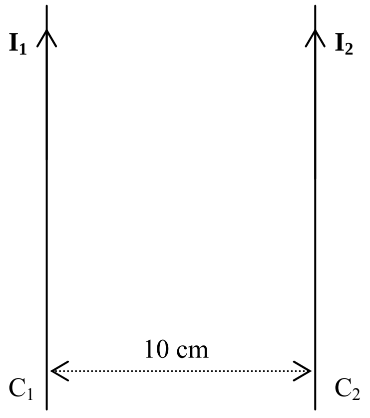
a) As correntes circulam no mesmo sentido.

b) As correntes circulam em sentidos contrários.

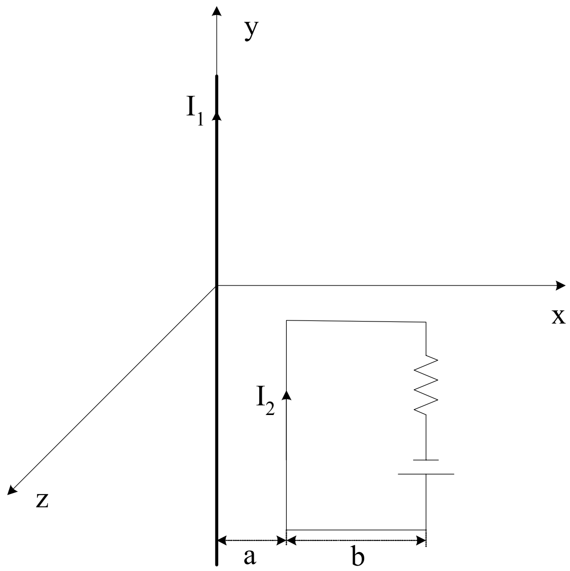
22. Duas esferas circulares encontram-se em dois planos perpendiculares coincidindo os seus centros. O raio de cada espira é de 2 cm e as correntes que circulam pelas espiras são $I_1=I_2=5A$. Calcular o campo magnético no centro das espiras.



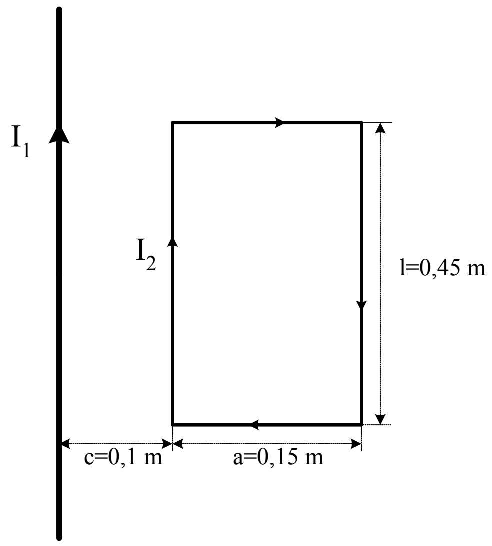
23. Dois condutores rectilíneos, infinitos e paralelos encontram-se à distância de 10 cm um do outro. Pelos condutores passam correntes com o mesmo sentido e intensidades respectivamente $I_1=20$ A e $I_2=30A$. Determine o trabalho a realizar, por unidade de comprimento dos condutores, para os separar até à distância de 20 cm.



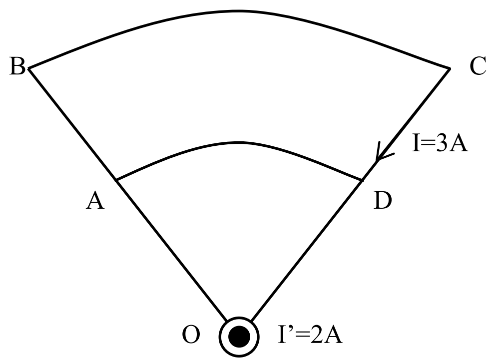
24. Um fio condutor rectilíneo, comprido, é percorrido por uma corrente constante I_1 e está orientado sobre o eixo dos yy. Um circuito rectangular, localizado à direita do fio, é percorrido por uma corrente I_2. Determine a força magnética exercida sobre cada um dos segmentos horizontais do circuito, situados entre x=a e x=a+b.



25. Um condutor rectilíneo e infinito é percorrido por uma corrente I_1=5A e está no plano de uma espira rectangular, percorrida por uma corrente I_2=10 A. A espira tem de largura de 0,15 m, e de comprimento 0,45 m e dista 0,1 m do fio. Determinar o módulo, a direcção e o sentido da força resultante exercida sobre a espira rectangular devido ao campo magnético criado pelo fio.



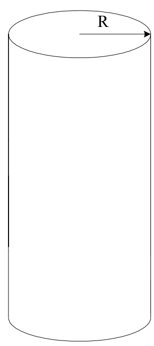
26. Um dado circuito ABCD é percorrido por uma corrente I=3A. Perpendicularmente ao plano do circuito e passando pelo ponto O encontra-se um condutor rectilíneo e indefinido percorrido por uma corrente I'=2A.



AD e BC são arcos de circulo com centro em O. OA=1m e OB=2m.

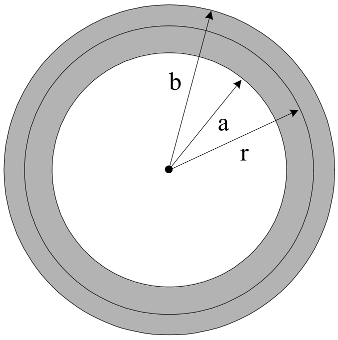
Determinar a resultante das forças exercidas pela corrente rectilínea e indefinida sobre o circuito.

27. Calcular a grandeza, direcção e sentido do campo magnético B no interior e exterior de um cilindro longo de raio R, cuja secção é atravessada por uma corrente I. Represente graficamente B.



28. A densidade de corrente dentro de um fio sólido, longo e cilíndrico de raio **a** é paralela ao eixo do cilindro e o seu módulo varia de forma linear com a distância ao eixo do cilindro, **r**, de acordo com a expressão $J = J_0 \frac{r}{a}$. Determine a expressão do campo magnético no interior do fio.

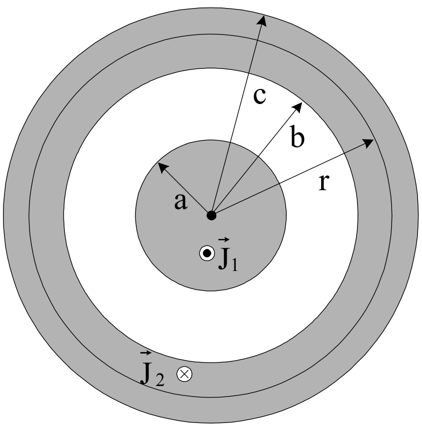
29. A figura seguinte mostra um cilindro oco, de raio interior **a** e exterior **b**, que conduz uma corrente I uniformemente distribuída pela sua secção recta.



a) Mostre que o campo magnético B(r), para pontos internos ao condutor (a<r<b) é dado pela expressão $B(r)=\frac{\mu_0 I}{2\pi(b^2-a^2)}\frac{r^2-a^2}{r}$

b) Verifique a validade desta formula para os casos específicos r=a; r=b; a=0.

30. A figura apresentada a seguir mostra, em corte transversal, um condutor longo chamado de cabo coaxial de raios a, b e c. Os dois condutores são percorridos por correntes I iguais, uniformemente distribuídas, mas de sentidos opostos.



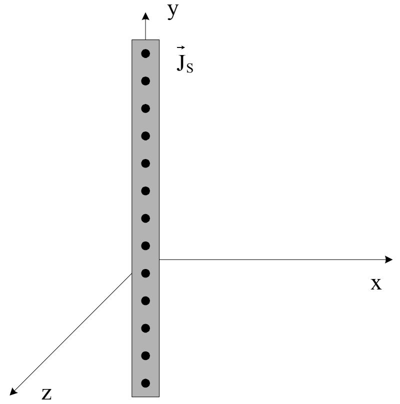
a) Determine as expressões de B(r) para os seguintes intervalos:

i) r<a; **ii)** a<r<b; **iii)** b<r<c; **iv)** r>c.

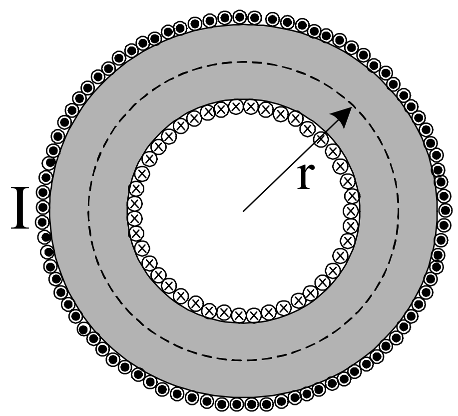
b) Verifique as expressões obtidas para todos os casos limite: (a=0, r=a, r=b e r=c).

c) Suponha a=0,4 cm, b=1,8 cm, c=2,0 cm e I=120 A. Trace o gráfico de B(r) no intervalo 0<r<6 cm.

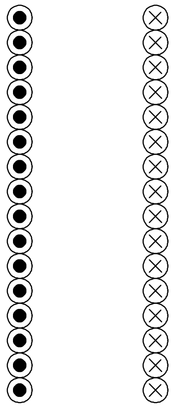
31. Uma folha condutora, plana, infinita, situada no plano yz, tem uma densidade superficial de corrente $\vec{J}_S$. A corrente tem o sentido positivo do eixo dos zz e $\vec{J}_S$ representa a corrente por unidade de comprimento medida ao longo do eixo dos yy. Determinar o campo magnético nas vizinhanças dessa corrente plana.



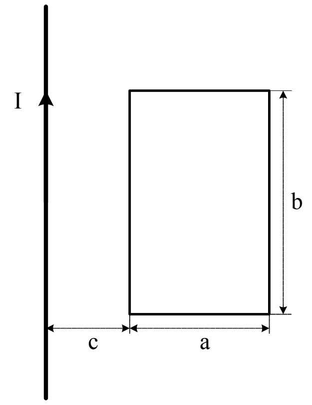
32. Uma bobina toroidal é constituída por N espiras de fio enroladas em torno de um núcleo, como mostra a figura. Admitindo que as espiras estão muito juntas, determine o campo magnético no interior de uma bobina, a uma distância r do seu centro.



33. Determine o campo magnético no interior de um solenóide constituído por n espiras por unidade de comprimento, muito juntas e percorridas por uma corrente I. O solenóide é muito comprido quando comparado com o seu raio.



34. Uma espira rectangular, de largura a e comprimento b está localizada a uma distância c de um fio condutor comprido, percorrido por uma corrente I. O fio é paralelo ao lado maior da espira, como mostra a figura. Determinar o fluxo magnético total através da área da espira.



35. O campo magnético no interior de um determinado solenóide tem o valor de $6{,}5\times10^{-4}$ (T), quando este está vazio. Quando o interior do solenóide está preenchido com ferro, o campo magnético passa a ter o valor de 1,4 (T). Determine a permeabilidade relativa do ferro.

36. Um cilindro de material magnético, de susceptibilidade $\chi_m = 2\times10^{-2}$ tem enroladas 1000 espiras, que são percorridas por uma corrente de 2 A. O cilindro tem 15 cm de comprimento e um raio muito menor que o comprimento.

a) Determine a densidade de corrente no solenóide em A/m.

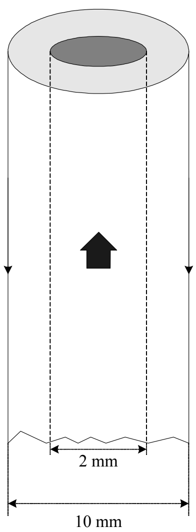
b) Determine a intensidade do campo magnético, H, produzido pela corrente.

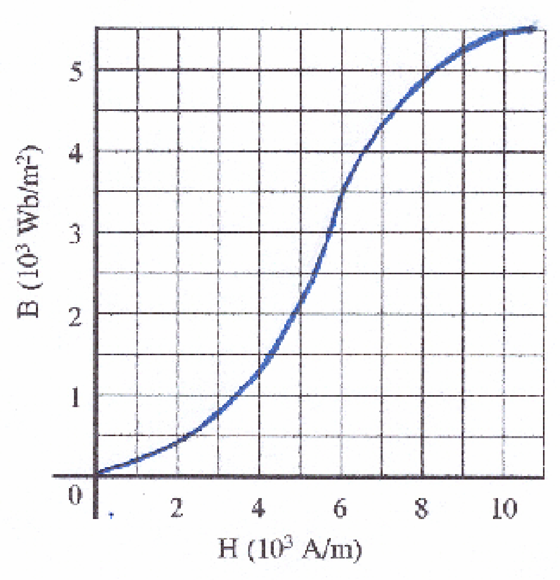
c) Calcule a permeabilidade magnética do material.

d) Calcule a magnetização induzida, M, no material.

e) Calcule o campo magnético B total.

37. Um condutor de diâmetro 2 mm tem um cilindro de material magnético à sua volta. A curva B-H do material está representada na figura seguinte.





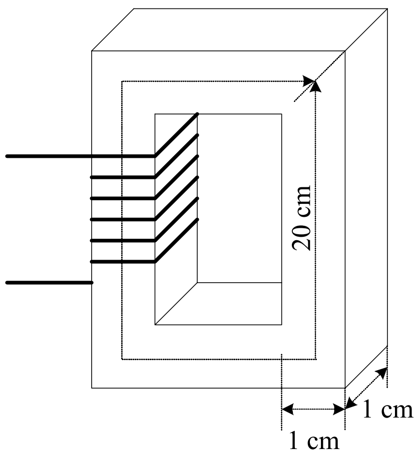
O condutor tem uma corrente de 50 A e a mesma corrente total percorre a corrente do cilindro exterior, de espessura desprezável, que encerra o cilindro magnético.

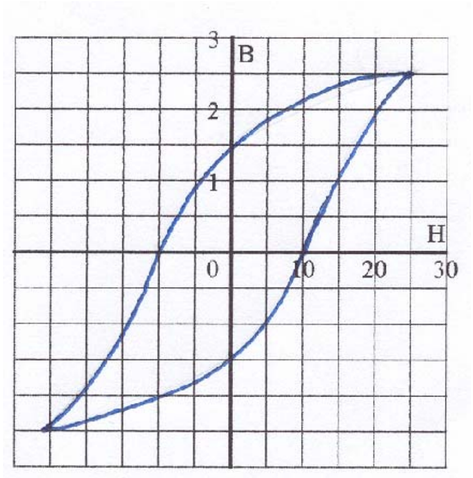
a) Determine H em função de r, distância radial ao eixo do condutor, em todo o espaço, indicando valores numéricos nos pontos r=0,5; r=1; r=2; r=3; r=6 mm.

b) Esboce um gráfico da variação de B indicando os valores nos mesmos pontos.

c) Determine a magnetização do material, M.

38. O número de espiras de enrolamento do circuito magnético apresentado na figura é 100, sendo a corrente que nelas passa sinusoidal de frequência f=50 Hz. (B em 10^{-2} T e H em A/m).



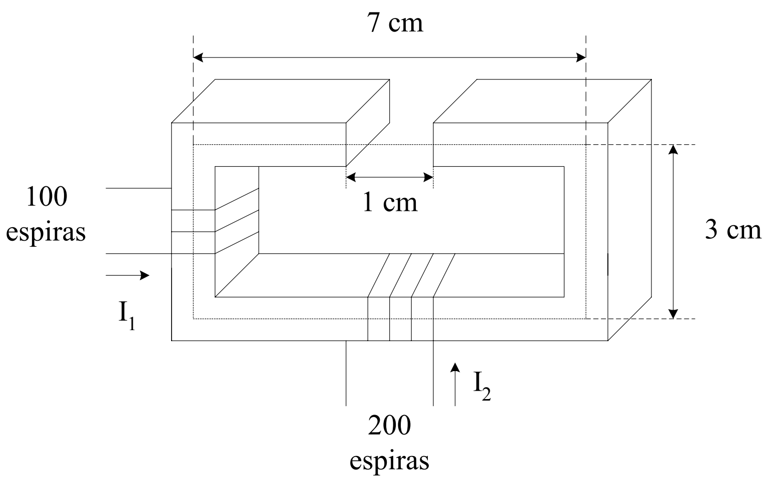


a) Determine o campo magnético $\vec{B}$, no interior do circuito magnético, no instante em que a corrente que percorre a bobina tem o valor de 40 mA.

b) Utilize a expressão $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$ para obter o valor máximo da corrente no enrolamento, fazendo uso do ciclo de histerese.

c) Determine o fluxo magnético no núcleo do circuito magnético, quando os enrolamentos da bobina estão a ser percorridos pelo valor máximo da corrente.

45. Considere o seguinte circuito magnético.



$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ Wb/(A.m)

$\mu_c = 5000\times\mu_0$

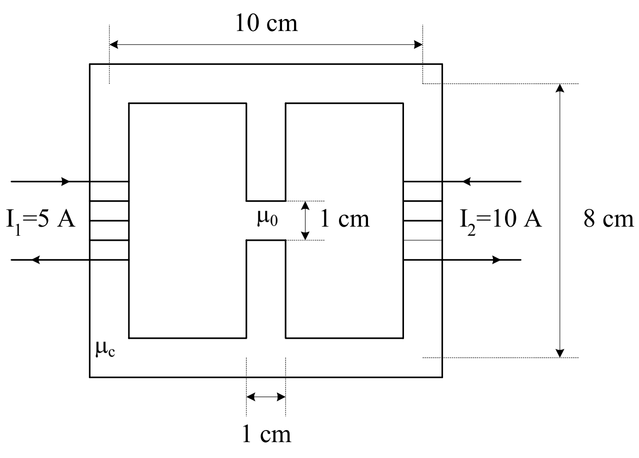
$S=0.04$ cm^2

I_1=2A

I_2=5A

Determine o fluxo magnético no circuito.

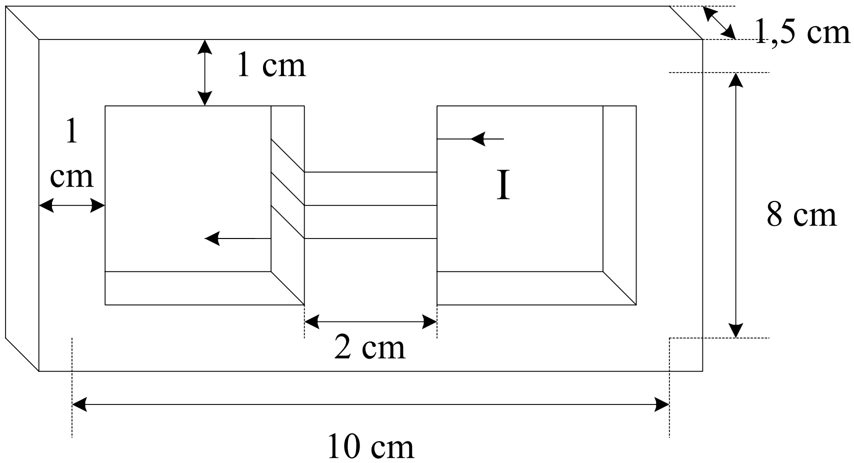
46. Considere o circuito magnético apresentado a seguir.



N_1=100
N_2=80
$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ Wb/(A.m)
$\mu_c = 5000\times\mu_0$

Admitindo que a secção é quadrada, determine o fluxo magnético na região de permeabilidade μ_0.

47. Considere o circuito magnético apresentado na figura a seguir e determine o fluxo magnético em todas as suas regiões.



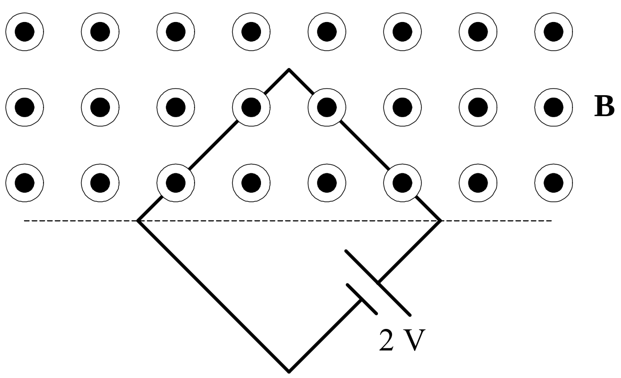
$I=2A$

$N=100$ espiras

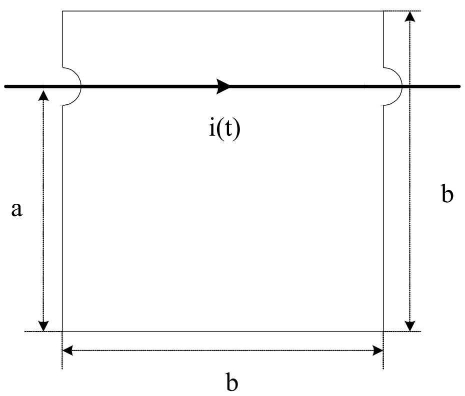
$\mu=5000\times\mu_0$

LEI DE FARADAY

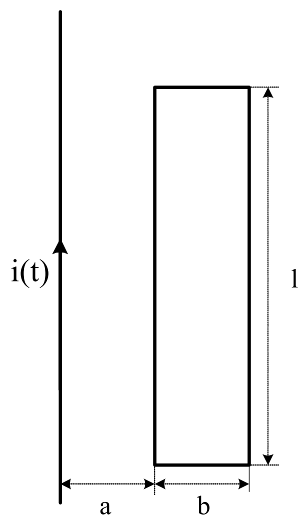
1. Uma espira de fio quadrada com 2,3 m de lado tem o seu plano perpendicular a um campo magnético uniforme, com metade da área da espira emersa no campo. A espira contém uma bateria de 2,0 V com resistência interna desprezável. A intensidade do campo magnético apresenta uma variação com o tempo descrita pela seguinte equação: $B = 0{,}042 - 0{,}87t\,(T)$, em que t vem em segundos. Determine a força electromotriz total no circuito.



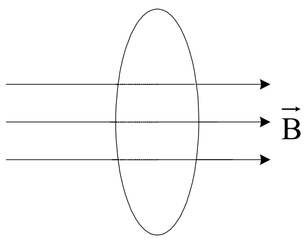
2. Considere a situação apresentada na figura a seguir em que a=12 cm e b=16 cm. A corrente no fio é dada por $i(t) = 4{,}5t^2 - 10t\,(A)$ (t em segundos). Determine a força electromotriz na espira quadrada em t=3,0 segundos.



3. Um fio condutor rectilíneo, comprido, conduz a corrente $i(t) = I_0 \mathrm{sen}(wt + \delta)$ (A) e está no plano de uma bobina rectangular com N espiras de fio condutor. As grandezas I_0, w e δ são todas constantes. Determinar a força electromotriz induzida na bobina, pelo campo magnético provocado pela passagem de corrente no condutor rectilíneo, admitindo que I_0=50 A, $w=200\pi s^{-1}$, N=100, a=b=5 cm e l=20 cm.



4. Uma espira circular de fio condutor, com 5 cm de raio, está situada num campo magnético uniforme. O plano da espira é perpendicular ao campo magnético $\vec{B}$, tal como está representado na figura seguinte. O campo magnético varia com o tempo através da equação $\vec{B} = (0{,}2 + 0{,}32t)\,\hat{i}$ (T).



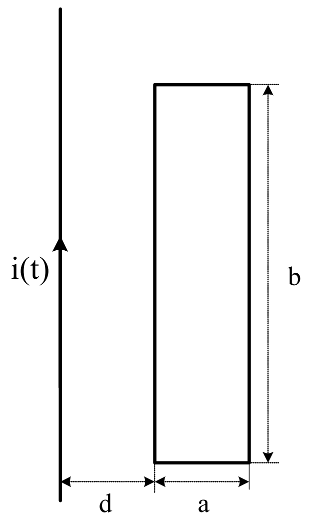
Determinar

a) O fluxo magnético através da espira, no instante t=0s.

b) A força electromotriz induzida na espira

c) A corrente induzida na espira se a sua resistência for de 1,2 Ω.

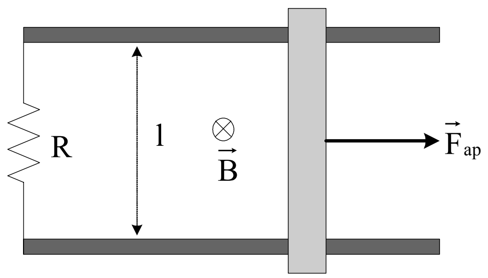
5. Um fio metálico, rectilíneo, comprido é paralelo ao lado de uma espira rectangular e está no plano dessa espira, como mostra a figura.



a) Se a corrente no fio variar com o tempo de acordo com a expressão $i(t) = I_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$ (A), mostre que a força electomotriz induzida na espira é dada por $|\varepsilon| = \frac{\mu_0 b}{2\pi}\frac{I}{\tau}\ln\left(1+\frac{a}{d}\right)$.

b) Determinar o valor da força electromotriz induzida em t=5s sabendo que I_0=10 A, d=3cm, a=6 cm, b=15 cm e τ=5 s.

6. Considere a montagem apresentada na figura. R=6 Ω, l=1,2 m. Um campo magnético uniforme de 2,5 (T) está dirigido da frente para trás da página. Determine a velocidade a que a barra deve ser deslocada para que na resistência circule uma corrente de 0,5 A.



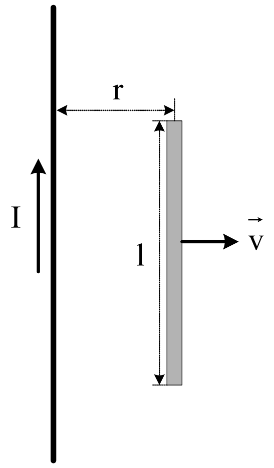
7. Uma barra condutora de comprimento l, desliza sobre dois trilhos paralelos horizontais, sem atrito como mostra a figura correspondente ao exercício anterior. Se uma força constante de 2,25N desloca a barra a $2ms^{-1}$ através do campo magnético uniforme $\vec{B}$, dirigido da frente para trás da página, determine:

a) A corrente que circula através da resistência R=8 Ω.

b) A energia dissipada na resistência.

c) Verifique o princípio da conservação da energia. (A potência mecânica mecânica foi transformada em energia eléctrica, que, por sua vez, foi dissipada na resistência).

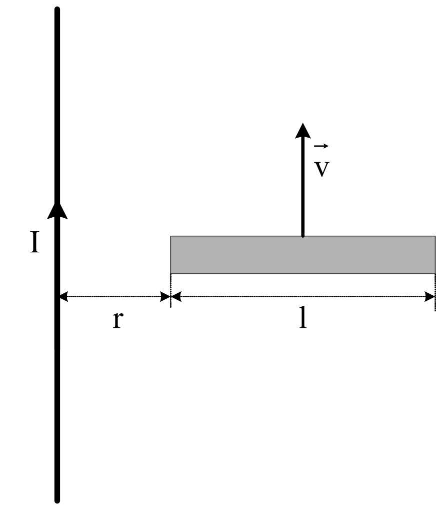
8. Uma barra condutora desloca-se com uma velocidade constante $\vec{v}$, perpendicular a um fio condutor, infinito, que se estende em linha recta sobre o eixo dos yy.



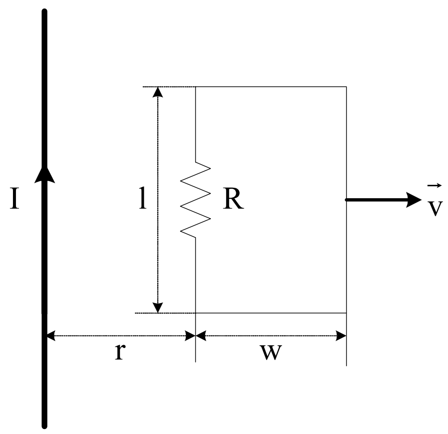
a) Determinar a expressão da força electromotriz entre as pontas da barra.

b) Representar graficamente a força electromotriz induzida em função da distância ao fio, r.

9. Uma barra condutora de comprimento l move-se com velocidade $\vec{v}$ na direcção paralela ao fio condutor, infinito, percorrido pela corrente I, constante. O eixo da barra mantém-se perpendicular ao fio e a ponta mais próxima do fio está a uma distância constante, r, de acordo com a figura seguinte. Mostrar que a força electromotriz induzida na barra é dada pela expressão $|\varepsilon| = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \times v \times \ln\left(1 + \frac{l}{r}\right)$.

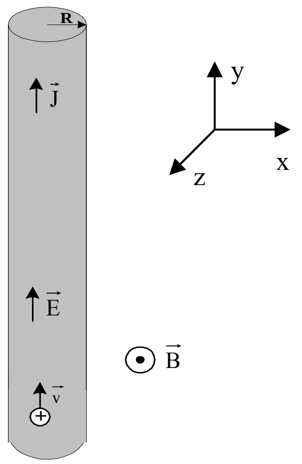


10. Uma espira rectangular, com dimensões l e w, afasta-se com velocidade constante $\vec{v}$ de um fio condutor comprido, percorrido por uma corrente I, que se encontra no mesmo plano que a espira, ao longo do eixo dos yy. A resistência total da espira é R. Deduzir a expressão que permite obter a corrente na espira.



EXERCÍCIOS DE EXAME

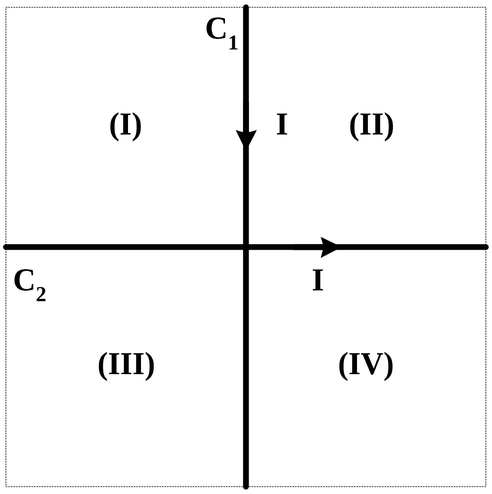
1. Considere o fio condutor infinito de raio R=5mm^2, percorrido por uma densidade de corrente $J = 63694{,}27\, A/m^2$ de acordo com a figura.



c) Calcule o campo magnético no interior e no exterior do fio condutor utilizando a lei de Ampére e/ou a lei de Biot-Savart.

d) Admitindo que na região onde se encontra o fio condutor existe um campo magnético $\vec{B} = 2\hat{k}\,(T)$ e que o campo eléctrico no interior do condutor é $\vec{E} = 2\hat{j}\left(N/C\right)$, calcule a força total exercida sobre um protão ($q = 1{,}6 \times 10^{-19} C$), que se desloca a uma velocidade de 5 ms^{-1}, de acordo com o apresentado na figura.

2. Dois fios condutores infinitos, C_1 e C_2, cruzam-se de forma perpendicular, passando muito próximos um do outro. Ambos são percorridos por correntes iguais, de valor I=5A, com os sentidos indicados na figura apresentada a seguir.



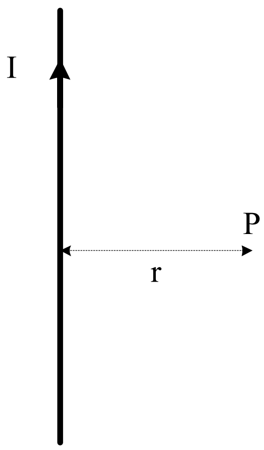
a) Calcule o campo magnético nas 4 regiões do espaço indicadas na figura como sendo (I), (II), (III) e (IV).

b) Considerando que os fios condutores se movem livremente no espaço, descreva o que acontece quando ambos são percorridos por correntes, de acordo com a figura.

3.

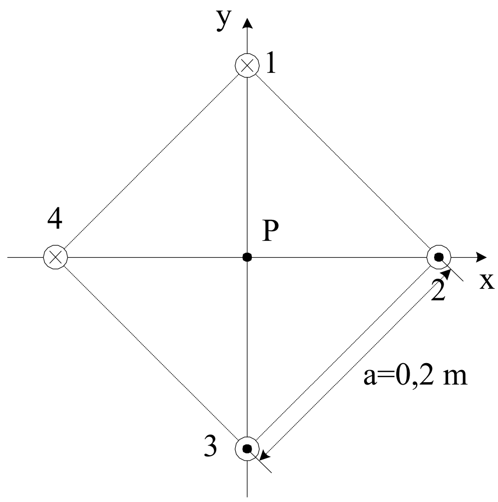
a) Determine o campo magnético devido a um fio condutor infinito, percorrido por uma corrente I, num ponto situado a uma distância r do fio.

Nota: Pode utilizar a regra elementar de Biot-Savart ou a lei de Ampére.

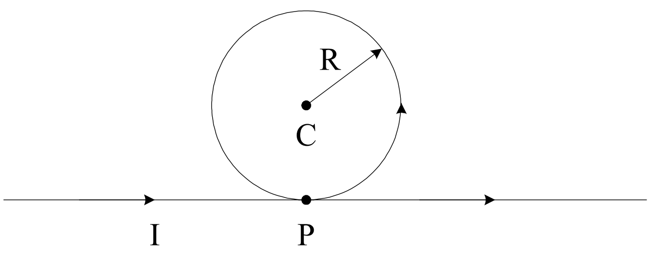


b) Considere a figura apresentada a seguir. Quatro condutores rectilíneos, paralelos e infinitos, percorridos por uma corrente I=5A, estão situados nos vértices de um quadrado de lado a=0,2m.

Determine o campo magnético no ponto P, situado no centro geométrico do quadrado.



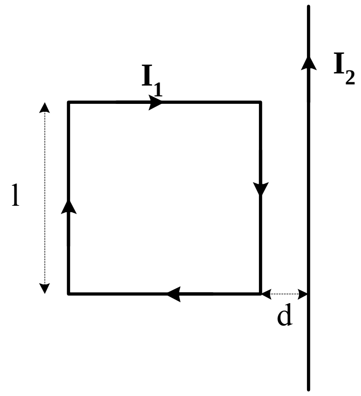
4. Um condutor longo, percorrido por uma corrente I=5 A, tem o formato apresentado na figura, sem contacto no ponto P. O raio da parte circular é R=5 cm.



a) Determine, através da regra elementar de Biot-Savart, a expressão do campo magnético devido à parte circular do condutor, quando esta é percorrida pela corrente I, no seu centro (ponto C).

b) Determine o módulo, direcção e sentido do campo magnético no ponto C devido à configuração apresentada.

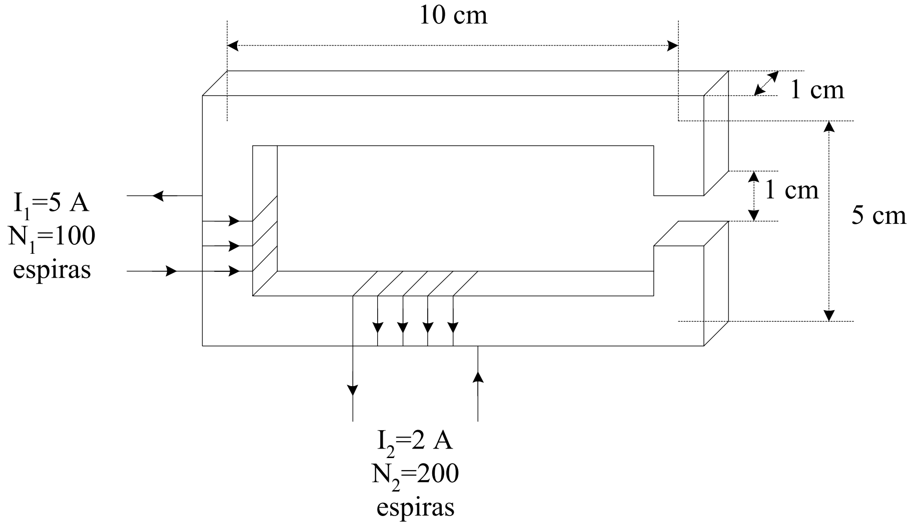
5. Considere um condutor com a forma de espira quadrada, de lado l=0,4m, que está a ser percorrido por uma corrente I_1=10 A, de acordo com a figura seguinte. A uma distância d=0,1m passa um outro condutor, infinito, percorrido por uma corrente I_2=5A.



a) Calcule o campo magnético no centro da espira, apenas devido a esta.

b) Calcule a força que o condutor infinito exerce sobre a espira.

6.Considere o circuito magnético apresentado na figura a seguir. Determine o fluxo magnético em todas as regiões do circuito.



$\mu_0=4\pi\times10^{-7}$; $\mu_F=5000\mu_0$