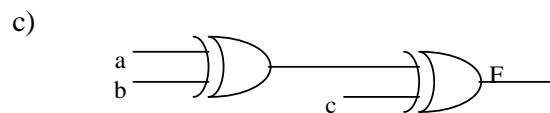
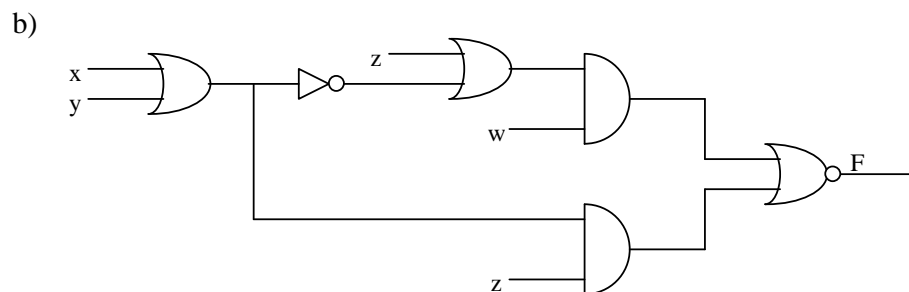
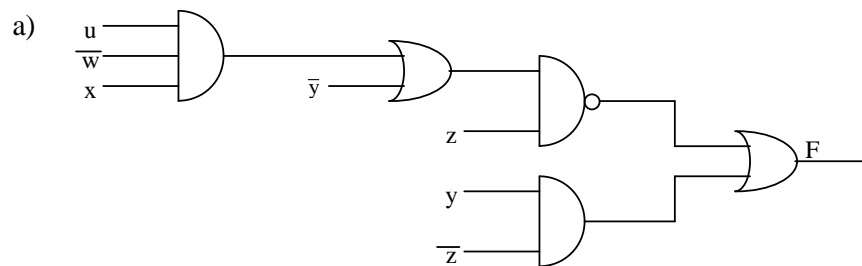


Sistemas Digitais / Sistemas Digitais I
Lógica

1. Construa a tabela de verdade e o diagrama lógico de cada uma das seguintes funções booleanas:

- a) $F(x, y, z) = \overline{(\bar{x}.y + z)} + \bar{x}.z$
- b) $F(x, y, z) = (x + \bar{y}).(\bar{x}.z + y)$
- c) $F(x, y, z, w) = \overline{(x.(y.z + w) + \bar{x}.\bar{y}.z)}$
- d) $F(a, b, c) = a.(b + \bar{c}).(\bar{b}.c)$
- e) $F(a, b, c, d) = a.(\bar{b} + \bar{c}).(\bar{b} + d)$

2. Escreva a expressão booleana correspondente a cada um dos seguintes diagramas lógicos:



3. Desenhar o diagrama lógico de cada uma das seguintes expressões booleanas:

- a) $F(x, y, z, w) = w.(\bar{x}.y + \bar{y}.z) + \bar{w}.z$
- b) $F(x, y, z) = \overline{(x + \bar{y})} + \overline{(\bar{x}.y + x.\bar{y})}$

4. Usando o método da indução totalizante prove cada um dos seguintes teoremas:

a) $x \cdot (x + y) = x$

b) $\overline{x + y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$

c) $x + \bar{x} \cdot y = x + y$

5. Usando os teoremas da álgebra de Boole, prove as seguintes identidades, partindo da expressão da esquerda e demonstrando que ela é igual à da direita. Diga que teorema aplica em cada passo.

a) $(x + y) \cdot (\bar{x} + z) = x \cdot z + \bar{x} \cdot y$

b) $\bar{x} \cdot \bar{z} \cdot w + \bar{x} \cdot z \cdot w + x \cdot y \cdot w = \bar{x} \cdot w + y \cdot w$

c) $x \cdot y + z \cdot w = (x + z) \cdot (x + w) \cdot (y + z) \cdot (y + w)$

d) $x \cdot \bar{y} + y \cdot \bar{z} + \bar{x} \cdot z = \bar{x} \cdot y + \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{z}$

e) $(x + \bar{y} + xy) \cdot (x + y) \cdot \bar{x} \cdot y = 0$

6. Usando os teoremas da álgebra de Boole, simplifique cada uma das seguintes expressões, tanto quanto possível.

a) $\bar{x} \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{z} + x \cdot y$

b) $\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot y \cdot z$

c) $\bar{x} \cdot z + \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z + x \cdot y \cdot z$

d) $(a + \bar{b} + a \cdot \bar{b}) \cdot (a \cdot b + \bar{a} \cdot c + b \cdot c)$

7. Escreva a forma canónica disjuntiva das funções booleanas correspondentes às seguintes tabelas de verdade:

a)

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

b)

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

c)

x	y	z	w	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

8. Escreva a forma canónica conjuntiva da função F representada pela tabela e verdade:

a)

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

b)

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

9. Mostrar que $x \oplus y \oplus z = x.y.z + x.\bar{y}.\bar{z} + \bar{x}.y.\bar{z} + \bar{x}.\bar{y}.z$

10. Rescreva a expressão $\bar{y}.(x + \bar{z}) + \bar{x}.y$ na forma canónica conjuntiva.

11. Rescreva a expressão $\bar{y} \cdot (x + \bar{z}) + \bar{x} \cdot y$ na forma canónica disjuntiva

a) a partir da tabela de verdade

b) usando os teoremas da álgebra de Boole.

Mapas de Karnaugh

12. Use um Mapa de Karnaugh para encontrar as expressões mais simples das seguintes funções:

- a) $F(A, B, C) = \sum(0, 2, 3)$
- b) $F(A, B, C) = \sum(1, 2, 4, 6, 7)$
- c) $F(A, B, C) = \sum(0, 1, 2, 3)$
- d) $F(A, B, C) = \sum(0, 2, 4, 6)$
- e) $F(A, B, C) = \sum(0, 3, 5, 6)$

13. Repita o problema anterior fazendo com que os números que representam mintermos passem a representar maxtermos.

14. Use um Mapa de Karnaugh para encontrar as expressões mais simples das seguintes funções:

- a) $F(A, B, C, D) = \prod(0, 5, 7, 13, 14, 15)$
- b) $F(A, B, C, D) = \prod(1, 4, 6, 8, 11, 13, 14)$
- c) $F(A, B, C, D) = \prod(1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14)$
- d) $F(A, B, C, D) = \prod(0, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13)$

15. Repita o problema anterior fazendo com que os números que representam maxtermos passem a representar mintermos.

16. Simplifique as seguintes funções:

- a) $F(A, B, C, D, E) = \sum(0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28)$
- b) $F(A, B, C, D, E) = \sum(0, 2, 5, 8, 13, 15, 18, 21, 24, 29, 31)$
- c) $F(A, B, C, D, E) = \sum(3, 4, 6, 9, 11, 13, 15, 18, 25, 26, 27, 29, 31)$
- d) $F(A, B, C, D, E) = \sum(1, 5, 8, 10, 12, 13, 14, 15, 17, 21, 24, 26, 31)$

17. Use um Mapa de Karnaugh para simplificar as seguintes funções:

- a) $F(A, B, C, D) = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot D + B \cdot \bar{D} + C \cdot \bar{D} + A \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B}$
- b) $F(A, B, C, D) = (A + B + \bar{C}) \cdot (\bar{B} + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + C) \cdot (B + C)$
- c) $F(A, B, C, D, E) = A + B \cdot C + \bar{C} \cdot D \cdot \bar{E}$
- d) $F(A, B, C, D, E) = (A + B) \cdot (B + C) \cdot (C + \bar{D}) \cdot (D + \bar{E})$

18. Use um Mapa de Karnaugh para simplificar as seguintes funções:

a) $F(A,B,C,D) = \sum(0,1,4,5,9,11,14,15) + d(10,13)$

b) $F(A,B,C,D) = \sum(0,13,14,15) + d(1,2,3,9,10,11)$

c) $F(A,B,C,D) = \sum(0,6,9,10,13) + d(1,3,8)$

d) $F(A,B,C,D) = \sum(1,4,7,10,13) + d(5,14,15)$

e) $F(A,B,C,D,E) = \sum(1,4,6,10,20,22,24,26) + d(0,11,16,17)$

Representação de informação

19. Converta cada um dos seguintes números para o seu equivalente decimal:

- a. i) 1101110.101_2
- ii) 1010111_2
- iii) 0.00101_2
- iv) 1011010.1010_2
- b) 2102.1_3
- c) 3201.13_4
- d) 2413.42_5
- e. i) 735.6_8
- ii) 1021_8
- iii) 13.432_8
- f) $4B6.9_{12}$
- g. i) $1FD.8_{16}$
- ii) $A2C1_{16}$
- iii) $1A.B_{16}$

20. Converta o número decimal 467.75 para o seu equivalente em cada uma das seguintes bases:

- a) binário
- b) quaternário
- c) octal
- d) hexadecimal

21. Converta cada um dos seguintes números binários para os seus equivalentes em octal e hexadecimal:

- a) 1111000010.01
- b) 111100101011.110111
- c) 10101111101.1
- d) 1010101001.011

22. Converta cada um dos seguintes números para binário:

- a) 3641.1_8
- b) 570.6_8
- c) 12.35_8
- d) $4B6.3_{16}$
- e) $8F3.B_{16}$
- f) $4D5.65_{16}$

23. Exprima cada um dos seguintes números decimais com sinal como números binários de 8 bits, usando as representações em sinal e grandeza, complemento para 1 e complemento para 2:

- a) +55
- b) +123
- c) -45
- d) -57
- e) -88
- f) -114

24. Qual o número decimal equivalente a cada um dos seguintes números binários com sinal:

A. representação em sinal e grandeza

- a) 00010101
- b) 10010111

B. representação em complemento para 1

- c) 01101011
- d) 11011100

C. representação em complemento para 2

- e) 01110111
- f) 11101000
- g) 00101001
- h) 10000000

25. Escreva a representação em BCD dos números decimais:

- a) 473
- b) 592
- c) 780
- d) 16

26. Qual o número decimal cuja representação em BCD é:

- a) 000101100011
- b) 100110000000
- c) 011000110101
- d) 00010011

Aritmética binária

27. Efectue as seguintes operações considerando que os operandos são números binários sem sinal:

- a) $101.011 + 11.1101$
- b) $1111.01 + 10.011$
- c) $1011.10 - 10.01$
- d) $111.11 - 10$
- e) 101×100.01
- f) 11001.1×101.01

28. Efectue as seguintes operações considerando que os operandos são números binários em complemento para 2 e que o resultado deve ser expresso em 6 bits. Comente os resultados.

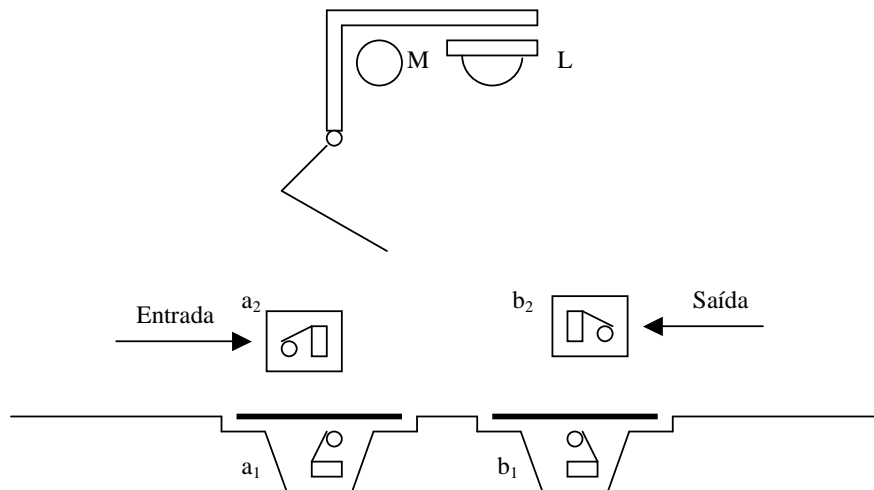
- a) $010010 + 000111$
- b) $010110 + 111100$
- c) $000110 + 110100$
- d) $101101 + 111001$
- e) $010010 - 000111$
- f) $010110 - 111100$
- g) $110100 - 000110$
- h) $101101 - 111001$
- i) $010110 + 011000$
- j) $100111 - 010111$

29. Efectue as seguintes operações considerando que os operandos são números binários em complemento para 1 e que o resultado deve ser expresso em 6 bits. Comente os resultados.

- a) $000110 + 001011$
- b) $001001 + 101100$
- c) $101101 + 000110$
- d) $110110 + 101101$
- e) $000110 - 001011$
- f) $001001 - 101100$
- g) $101101 - 000110$
- h) $110110 - 101101$
- i) $100100 - 110100$
- j) $011100 - 110100$

Aplicações

30. De seguida representa-se o sistema de abertura da porta de uma garagem.



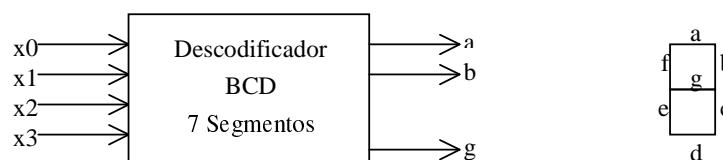
Para que a porta se abra é necessário que estejam ligados os interruptores a_1 e a_2 ou b_1 e b_2 simultaneamente. O fecho da porta é automático e acontece decorrido algum tempo. A lâmpada L permanecerá acesa quando a porta está fechada.

Projecte o circuito necessário exclusivamente para a abertura da porta e para o controlo da lâmpada, utilizando portas integradas com portas NAND.

31. Pretende-se um automatismo capaz de realizar a seguinte função:

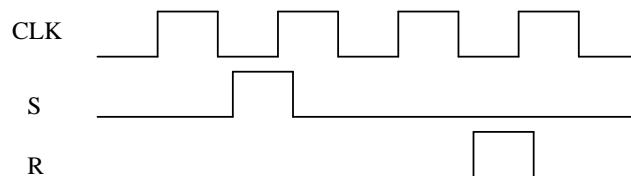
"Um depósito de água é alimentado por uma bomba que tira a água de um poço. O depósito serve para rega e abastecimento de água a uma casa de habitação. Pretende-se que a bomba só entre em funcionamento quando se tira água para rega, e simultaneamente, para a casa de habitação, ou quando a água do depósito não estiver acima de um determinado nível".

32. Determine as expressões soma de produtos simplificadas de um decodificador BCD 7 segmentos, aproveitando a existência de termos para os quais as saídas não são definidas.

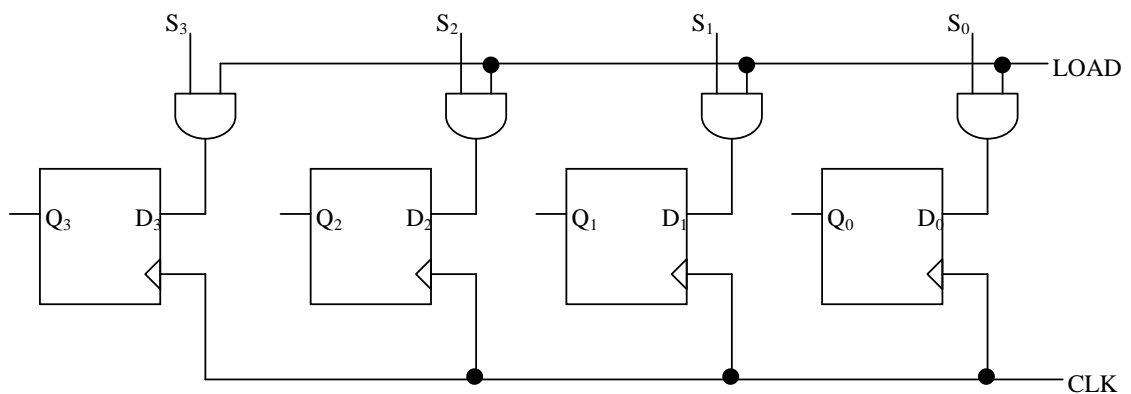


Flip-Flops

33. As formas de onda da figura comandam um *latch* RS sincronizado. Inicialmente $Q=0$. Represente o sinal Q .

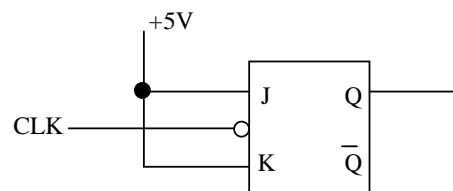


34. Na figura a palavra de dados a ser armazenada é $s=1001$.



- Se $LOAD$ for baixa seguida do bordo positivo, a que será igual Q ?
- Se $LOAD$ for alta no instante depois do bordo positivo do relógio, a que será igual Q ?

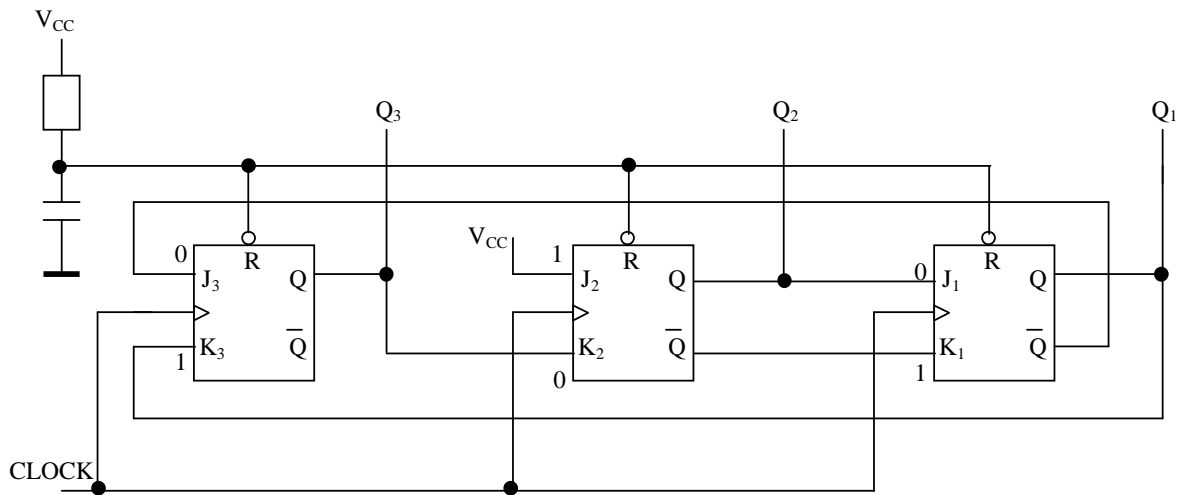
35. O relógio da figura tem uma frequência de 1 MHz e o bi-estável tem um tempo de atraso de 25 ns.



- Qual é o período do relógio?
- Qual a frequência da saída Q ? Qual o seu período?
- Quanto tempo depois do bordo negativo do relógio a saída varia?

36. Para o circuito anterior, o relógio tem uma frequência de 6 MHz. Qual a frequência da saída Q ? Este circuito é às vezes chamado de divisor por 2. Explique porquê.

39. Considere a seguinte figura.



- Indique o valor lógico para as saídas Q_3 , Q_2 e Q_1 para os oito primeiros impulsos de *clock* (após a ligação do circuito).
- Diga o que acontece se o circuito, por qualquer motivo, tomar o valor $Q_3=0$ e $Q_2=Q_1=1$.
- Implemente um circuito, baseado em *flip-flops* do tipo D e em *gates* que faça o mesmo que o circuito da figura.

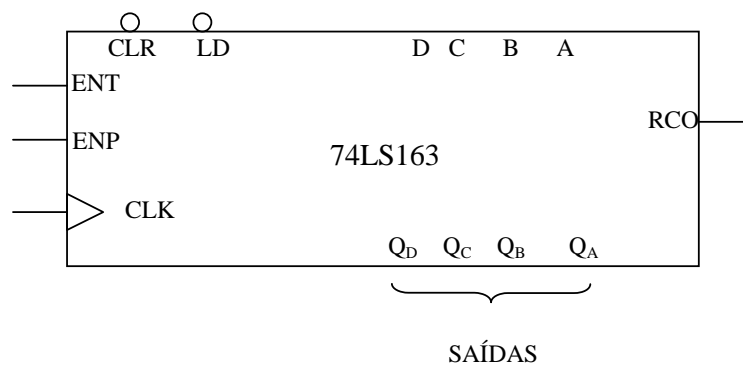
Contadores

40. Implemente um contador que efectue a seguinte sequência de contagem:

- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 0, 1, ...
- 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 8, 9, ...
- 7, 6, 5, 4, 3, 7, 6, ...

41. Usando circuitos integrados 74LS163 (contador binário síncrono de 4 bits), implemente um contador de 12 bits síncrono. Até que valor pode contar?

Para efectuar a contagem de apenas x valores (em que x é menor que o valor máximo de contagem), como procederia usando o contador implementado?

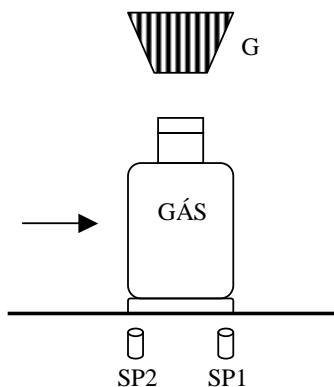


- RCO vem a 1 quando a contagem atinge o valor máximo $Q_D=Q_C=Q_B=Q_A$.
- LD activo permite inicializar o contador com o valor DCBA.
- ENT e ENP são duas linhas que permitem inibir o contador. O contador só conta com ENT e ENP iguais a 1.

42. Suponha que dispõe de um sinal de CLK com uma frequência de 1 Hz. Implemente um relógio digital com *displays* para as horas, minutos e segundos. Suponha ainda que dispõe de decodificadores BCD para 7 segmentos.

Circuitos sequenciais

43. Seja uma máquina de enchimento de garrafas de gás. Pretende implementar-se um sistema de segurança que só permite que a válvula de enchimento de gás (G) seja aberta depois de colocada nova garrafa. Assim, só se considera que a nova garrafa está colocada se SP1 subir após a subida de SP2.



44. Para testar um circuito digital é necessário disparar o *trigger* do osciloscópio quando dois sinais (SINAL_1 e SINAL_2) desse circuito vão a 1, tendo o SINAL_1 subido primeiro. O sinal de *trigger* deverá estar, normalmente, em 1, indo a 0 na situação referida quando ambos em 1. Implemente o esquema que permitirá construir esse circuito.

45. A figura seguinte representa uma máquina de laminar contraplacado de madeira constituída por uma mesa M e por um êmbolo hidráulico E. O operador coloca sobre a mesa M a placa a laminar por pressão da botoneira B. O êmbolo desce por acção da electroválvula Z. Existe uma fotocélula A, correspondente a uma zona de segurança, para impedir a descido do êmbolo enquanto o operador se encontrar nessa zona. Assim, o êmbolo E só pode descer de B for pressionado, desde que A não esteja actuado.

Faça o esquema do circuito sequencial de comando, assumindo que todos os sinais são activos a 1.

