ÁLGEBRA DE BOOLE

- Princípio da dualidade

  Se trocarmos

  0 e •

  por

  1 e +

  numa equação, respectivamente, obtemos outra igualdade válida.

  Exemplo:

  $0 \bullet 0 = 0 \quad \leftrightarrow \quad 1 + 1 = 1$

ÁLGEBRA DE BOOLE

- Postulados

$$\overline{\overline{A}} = A$$

$A + 0 = A$		$A \bullet 1 = A$
$A + 1 = 1$	$\leftrightarrow$	$A \bullet 0 = 0$
$A + A = A$		$A \bullet A = A$
$A + \overline{A} = 1$		$A \bullet \overline{A} = 0$

- Propriedades
  - Comutativa

    $A + B = B + A$

    $A \bullet B = B \bullet A$
  - Associativa

    $A + B + C = A + (B + C)$

    $A \bullet B \bullet C = A \bullet (B \bullet C)$
  - Distributiva

    $A \bullet (B + C) = A \bullet B + A \bullet C$

    $A + B \bullet C = (A + B) \bullet (A + C)$

Filipe Moreira
ESTiG, IPB

ÁLGEBRA DE BOOLE

- Teoremas

$A + A \cdot B = A$		$A \cdot (A + B) = A$
$A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A$		$(A + B) \cdot (A + \overline{B}) = A$
$A + \overline{A} \cdot B = A + B$	$\leftrightarrow$	$A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot B$
$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$		$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
$A \cdot B + \overline{A} \cdot C = (A + C) \cdot (\overline{A} + B)$		$(A + B) \cdot (\overline{A} + C) = A \cdot C + A \cdot B$
$A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \overline{A} \cdot C$		$(A + B) \cdot (\overline{A} + C) \cdot (B + C) = (A + B) \cdot (\overline{A} + C)$

terceiro incluído

- Demonstrações
  1. $A + A \cdot B = A$
     $A + A \cdot B = A \cdot (1 + B) = A \cdot 1 = A$
  2. $A \cdot (A + B) = A$
     $A \cdot (A + B) = A \cdot A + A \cdot B = A + A \cdot B$

SD / SD1 - Expressões Lógicas (2) 3

LEIS DE DE MORGAN

- Leis de de Morgan
  - $\overline{A + B + C} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
  - $\overline{A \cdot B \cdot C} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$

SD / SD1 - Expressões Lógicas (2) 4

REPRESENTAÇÃO DE FUNÇÕES

- Forma canónica de uma função booleana

  Chama-se forma canónica de uma função booleana a todo o produto ou soma de produtos nos quais aparecem todas as variáveis em cada um dos termos que constituem a expressão em forma directa ou complementada.

  - Exemplos
    - $s_1 = a \bullet b \bullet \overline{c} + a \bullet \overline{b} \bullet c + \overline{a} \bullet \overline{b} \bullet \overline{c}$
    - $s_2 = (a + b + c) \bullet (a + \overline{b} + \overline{c}) \bullet (\overline{a} + b + \overline{c})$
  - s_1 : forma canónica disjuntiva (soma de produtos)

    Mintermos (1)
  - s_2 : forma canónica conjuntiva (produto de somas)

    Maxtermos (0)

  Toda a função lógica pode ser expressa na sua forma canónica realizando as devidas transformações.

SD / SD1 - Expressões Lógicas (2) 5

REPRESENTAÇÃO DE FUNÇÕES

- Obtenção da função lógica a partir da Tabela de Verdade
  - A forma canónica disjuntiva (mintermos) obtém-se somando todos os produtos lógicos que dão à função o valor lógico 1.

    O número de termos será igual ao número de 1's na função.

Exemplo:

a	b	c	f
0	0	0	**1**
0	0	1	**0**
0	1	0	**0**
0	1	1	**0**
1	0	0	**0**
1	0	1	**1**
1	1	0	**1**
1	1	1	**0**

$f = \overline{a} \bullet \overline{b} \bullet \overline{c} + a \bullet \overline{b} \bullet c + a \bullet b \bullet \overline{c}$

SD / SD1 - Expressões Lógicas (2) 6

REPRESENTAÇÃO DE FUNÇÕES

- A forma canónica conjuntiva (maxtermos)obtém-se multiplicando todas as somas lógicas que dão à função o valor lógico 0.

  O número de termos será igual ao número de 0's da função.

Exemplo (para a mesma tabela):

$f = (a + b + \overline{c}) \bullet (a + \overline{b} + c) \bullet (a + \overline{b} + \overline{c}) \bullet (\overline{a} + b + c) \bullet (\overline{a} + \overline{b} + \overline{c})$

Neste caso as variáveis aparecem negadas quando o seu valor na tabela de verdade corresponde a 1.

SD / SD1 - Expressões Lógicas (2) 7