

Sistemas Digitais / Sistemas Digitais I

4 – Sistemas de Numeração

- **Sistema de numeração decimal (base 10):** baseado na utilização de 10 algarismos diferentes

$$537 = 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0$$

- **Genericamente:**

$$N = d_{n-1}b^{n-1} + d_{n-2}b^{n-2} + \dots + d_0b^0 + d_{-1}b^{-1} + \dots + d_{-n}b^{-n}$$

$$N = NI + NF$$

Exemplo:

$$n \quad 537.54_{(10)} = 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2}$$

2 1 0 -1 -2

- **Sistema de numeração octal (base 8):** baseado na utilização de 8 algarismos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7).

Quando temos de escrever números em diferentes sistemas ou bases de numeração é necessário indicar em que base esse números são escritos, para evitar ambiguidades.

Exemplos:

$$10_{(8)} = 8_{(10)}$$

$$136_{(8)} = 1 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 6 \times 8^0 = 64 + 24 + 6 = 94_{(10)}$$

- **Sistema de numeração hexadecimal (base 16):** baseado na utilização de 8 algarismos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F).

Exemplos:

$$A_{(16)} = 10_{(10)}$$

$$B_{(16)} = 13_{(10)}$$

$$C_{(16)} = 11_{(10)}$$

$$D_{(16)} = 14_{(10)}$$

$$E_{(16)} = 12_{(10)}$$

$$F_{(16)} = 15_{(10)}$$

$$8D2_{(16)} = 8 \times 16^2 + 14 \times 16^1 + 2 \times 16^0 = 2258_{(10)}$$

Sistemas Digitais / Sistemas Digitais I

4 – Sistemas de Numeração

→ **Sistema de numeração binário (base 2):** baseado na utilização de 2 algarismos (0, 1).

Exemplos:

$$10_{(2)} = 2_{(10)}$$

$$1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 2 + 1 = 11_{(10)}$$

Decimal (10)	Octal (8)	Hexadecimal (16)	Binário (2)
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	10
3	3	3	11
4	4	4	100
5	5	5	101
6	6	6	110
7	7	7	111
8	10	8	1000
9	11	9	1001
10	12	A	1010
11	13	B	1011
12	14	C	1100
13	15	D	1101
14	16	E	1110
15	17	F	1111
16	20	10	10000

É possível escrever um número, por maior que seja, em qualquer base.

Sistemas Digitais / Sistemas Digitais I

4 – Sistemas de Numeração

➤ Conversões entre bases

➤ Conversão genérica de uma base b_1 para uma base b_2 :

1. Converte-se o número da base b_1 para a base decimal
2. Converte-se o número da base decimal para a base b_2

➤ Conversão de um número de uma base para a base decimal:

$$N = NI.NF$$

$$N = NI + NF$$

$$NI = d_{n-1}b^{n-1} + d_{n-2}b^{n-2} + \dots + d_0b^0$$

$$NI_{(10)} = d_{n-1}10^{n-1} + d_{n-2}10^{n-2} + \dots + d_010^0$$

$$NF = d_{-1}b^{-1} + d_{-2}b^{-2} + \dots + d_{-n}b^{-n}$$

$$NF_{(10)} = d_{-1}10^{-1} + d_{-2}10^{-2} + \dots + d_{-n}10^{-n}$$

$$N_{(10)} = NI_{(10)} + NF_{(10)}$$

➤ Conversão de um número de uma base decimal para outra base:

$$N_{(10)} = NI + NF$$

Parte inteira:

NI / b , sendo o resto d_0

$$\begin{array}{r}
 NI \quad | \quad b \\
 d_0 \quad | \quad X \\
 \quad \quad | \quad b \\
 \quad \quad | \quad X \\
 \quad \quad | \quad d_1 \quad | \quad b \\
 \quad \quad | \quad X \\
 \quad \quad | \quad d_2 \quad | \quad b \\
 \quad \quad | \quad X \\
 \quad \quad | \quad \dots \\
 \quad \quad | \quad b \\
 \quad \quad | \quad 0
 \end{array}$$

$$NI_{(b)} = \dots d_2 d_1 d_0$$

Sistemas Digitais / Sistemas Digitais I

4 – Sistemas de Numeração

Parte fraccionária:

NI x b, sendo a parte inteira d_{-1}

$$NF \times b = d_{-1} \cdot y$$

$$y \times b = d_{-2} \cdot y$$

$$y \times b = d_{-3} \cdot y$$

....

0

$$NF_{(b)} = d_{-1}d_{-2}d_{-3}\dots\dots$$

$$N_{(b)} = \dots d_2d_1d_0.d_{-1}d_{-2}d_{-3}\dots\dots$$

Exemplos:

$$D1AB.D2_{(16)} = ?_{(10)}$$

$$NI_{(10)} = 13 \times 16^3 + 1 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 11 \times 16^0 = 55248 + 1792 + 160 + 13 = 2258$$

$$NF_{(10)} = 13 \times 16^{-1} + 2 \times 16^{-2} = 0.8125 + 0.0078125 = 0.82$$

$$N_{(10)} = 2258 + 0.82 = 2258.82$$

$$7304.251_{(8)} = ?_{(10)}$$

$$NI_{(10)} = 7 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 4 \times 8^0 = 3584 + 192 + 4 = 3780$$

$$NF_{(10)} = 2 \times 8^{-1} + 5 \times 8^{-2} + 1 \times 8^{-3} = 0.25 + 0.078125 + 0.001953125 = 0.330078215$$

$$N_{(10)} = 3780 + 0.330078215 = 3780.330078215$$

$$11001.101_{(2)} = ?_{(10)}$$

$$NI_{(10)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 16 + 8 + 1 = 25$$

$$NF_{(10)} = 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} = 0.5 + 0.125 = 0.625$$

$$N_{(10)} = 25 + 0.625 = 25.625$$

Sistemas Digitais / Sistemas Digitais I

4 – Sistemas de Numeração

Exemplos:

$$100.5_{(10)} = ?_{(16)}$$

$$\begin{array}{r} 100 \quad | \quad 16 \\ \textcircled{4} \quad 6 \quad | \quad 16 \\ \textcircled{6} \quad 0 \end{array}$$

$$16 \times 0.5 = 8.0$$

$$100.5_{(10)} = 64.8_{(16)}$$

$$100.5_{(10)} \stackrel{?}{=} ?_{(8)}$$

$$\begin{array}{r} 100 \quad 8 \quad | \quad _ \\ \textcircled{4} \quad 12 \quad 8 \quad | \quad _ \\ \textcircled{4} \quad 1 \quad 8 \\ \textcircled{1} \quad 0 \end{array}$$

$$0.5 \times 8 = 4.0$$

$$N_{(10)} = 144.4_{(8)}$$

$$100.5_{(10)} = ?_{(2)}$$

$$\begin{array}{r} 100 \quad | \quad 2 \\ \textcircled{0} \quad 50 \quad | \quad 2 \\ \textcircled{0} \quad 25 \quad | \quad 2 \\ \textcircled{1} \quad 12 \quad | \quad 2 \\ \textcircled{0} \quad 6 \quad | \quad 2 \\ \textcircled{0} \quad 3 \quad | \quad 2 \\ \textcircled{1} \quad 1 \quad | \quad 2 \\ \textcircled{1} \quad 0 \end{array}$$

$$0.5 \times 2 = 1.0$$

$$N_{(10)} = 1100100.1_{(2)}$$

Sistemas Digitais / Sistemas Digitais I

4 – Sistemas de Numeração

→ Conversões especiais

→ Binário \longrightarrow octal
011 001 011 001. 101 100₍₂₎
3 1 3 1. 5 4₍₈₎

→ Octal \longrightarrow binário
7 3 1 5. 2 4₍₈₎
111 011 001 101. 010 100₍₂₎

→ Binário \longrightarrow hexadecimal
0110 0101 1001. 1011₍₂₎
6 5 9 . D₍₁₆₎

→ Hexadecimal \longrightarrow binário
7 A 1 F . D 2₍₁₆₎
0111 1010 0001 1111. 1101 0010₍₂₎

→ Sistema de numeração BCD (Binary Coded Decimal)

- Cada grupo de 4 bits representa um dígito decimal
- Este sistema de numeração facilita a conversão de números na base decimal para um código binário.

$738_{(10)} = 0111\ 0011\ 1000_{(BCD)}$
7 3 8

$1001\ 0100\ 0001\ 0110_{(BCD)} = 9416_{(10)}$

Este código usa um maior número de bits.