

SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nº 1

Transmissão em banda base

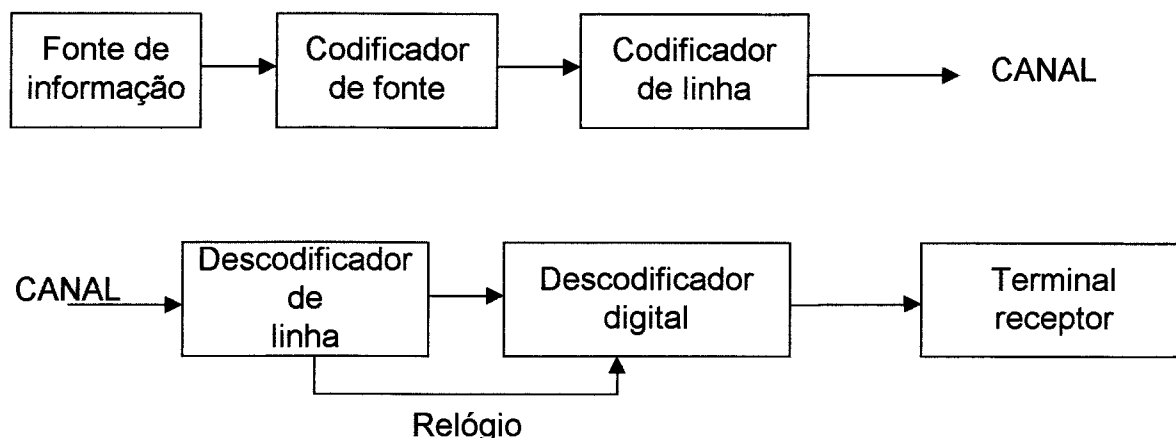
INTRODUÇÃO: A codificação de linha é um processo muito importante, em sistemas de transmissão digital em banda base, sem o recurso a uma modulação, nas situações onde a largura de banda do canal é suficientemente larga, mas de um modo geral, um código de linha deve obedecer aos seguintes requisitos:

- o algoritmo de codificação e o modo de implementação deve ser suficientemente simples, por forma a ser implementado à custa de circuitos digitais;
- transparente para todos os tipos de mensagens;
- univocamente decodificável;
- elevada imunidade a perturbações aditivas, tais como o ruído AWGN, ruído impulsional, etc ...;
- componente continua nula em regime permanente, este aspecto está intimamente ligado com as questões espectrais dos impulsos;
- suficiente informação de temporização, para a recuperação do relógio no receptor, logo para sincronizar o receptor com o emissor;
- capacidade de detecção de erros, quando não é possível a correcção dos mesmos.

Apesar dos requisitos anteriores considerados, um código de linha deve ser escolhido criteriosamente, para cumprir os requisitos e a minimizar a BER.

Problemas:

1 – Considere a seguinte figura, e referindo-se a cada um dos blocos constituintes, descreva as funções mais importantes de cada um.



SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nº 1

2 – Considere a sequência binária 0011 0101 1100 1010 0001 1110.

a) desenhando as formas de onda, codifique a sequência anterior, usando os códigos:

- unipolar NRZ;
- polar NRZ;
- bipolar NRZ;
- Manchester;
- Alternated Mark Inversion;
- Coded Mark Inversion.

b) dos códigos de linha utilizados, ordena-los por ordem decrescente na satisfação dos requisitos de:

- univocamente descodificável;
- pouca largura de banda utilizada no canal;
- imunidade ao ruído;
- detecção de erros;
- balanceamento DC;
- recuperação de relógio e sincronização com o emissor.

c) utilizando circuitos digitais (portas, circ. sequências, etc...), faça os esquemas de principio de sistemas codificadores/descodificares, para cada tipo de código de linha referido atrás.

Espectros de potência de códigos de linha

INTRODUÇÃO: Quando se esta a pensar em transmitir informação digital através de um canal de banda limitada, um dos aspectos a ter em conta é analisar do ponto de vista da largura de banda ocupada por um código de linha, por forma a que ao ser escolhido seja aquele que melhor se adapta à situação real do canal. Para tal o conhecimento da distribuição espectral de potência é de primordial importância.

Seguidamente apresenta-se a dedução do espectro de potência para um código de linha Unipolar NRZ, e vai-se partir como pressuposto que os dígitos binários '0' e '1' são equiprováveis, i.e., está-se perante uma fonte de informação binária, caracterizada por dígitos de fonte equiprováveis.

Assim para o código Unipolar NRZ, em questão admite-se que para os dígitos binários '0' e '1' gerados pela fonte de informação, lhe corresponde

SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nº 1

um valor de tensão +A Volt e 0 Volt, respectivamente, no processo de codificação de linha.

A expressão geral para um espectro de potência, em que os símbolos binários são transmitidos à cadência R_s bits/seg, e a duração de cada símbolo binário quer codificado ou não é dada pelo inverso da cadência de transmissão, e vale $1/T_s$.

$P_{power}(f) = \frac{|P(f)|^2}{T_s} \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} R(k) e^{2\pi k f T_s}$, onde $P(f)$ é a transformada de Fourier de $p(t)$,

ou do impulso base que está na origem da sequência codificada; $R(k)$ é o coeficiente de auto-correlação e é dado por $R(k) = \sum_{i=1}^l (a_i a_{i+k})^* P_i$, onde a_i e a_{i+k}

são os níveis de tensão dos impulsos nos instantes (posição de símbolos na sequência) 'i' e 'i+k', e P_i é a probabilidade de se verificar temporalmente o produto ou combinação $a_i^* a_{i+k}$.

como $P_0 = P_1 = \frac{1}{2}$, e símbolos binários independentes, então o coeficiente de auto-correlação $R(k)$ é calculado da seguinte maneira:

para $k=0$, os produtos $a_i^* a_{i+k}$ possíveis são A^*A e 0^*0 , logo tem-se como consequência $l=2$, estatisticamente a probabilidade de se ter A^2 e 0^2 valem $\frac{1}{2}$,

resultando em $R(0) = \frac{1}{2} A^2 + \frac{1}{2} 0^2 = \frac{1}{2} A^2$. Para valores da variável 'k' diferentes

de '0', tem-se $l=4$ possibilidades com os seguintes produtos: A^*A , A^*0 , 0^*A e 0^*0 , todos com probabilidades de ocorrência de $\frac{1}{4}$, logo para valores de

$k \neq 0$, o coeficiente de auto-correlação toma a forma:

$R(k) = \sum_{i=1}^4 (a_i a_{i+k})^* P_i = A^2 \cdot \frac{1}{4} + 0^2 \cdot \frac{1}{4} + 0^2 \cdot \frac{1}{4} + 0^2 \cdot \frac{1}{4} = A^2 \cdot \frac{1}{4}$ assim tem-se para o coeficiente

de auto correlação de um código unipolar:

- $R(k) = \frac{1}{2} A^2$ para $k=0$;
- $R(k) = \frac{1}{4} A^2$ para $k \neq 0$.

Como a codificação de linha se faz utilizando o impulso-base $p(t)=1$, $|t| \leq T_s$,

então a sua transformada de Fourier vale $P(f) = T_s \frac{\sin(\pi f T_s)}{\pi f T_s}$; agora substituído-

se todos os dados na expressão de $P_{power}(f)$ atrás, obtém-se para a densidade espectral de potência para um código Unipolar NRZ:

$$P_{power}(f) = \frac{A^2 T_s}{4} \cdot \left(\frac{\sin(\pi f T_s)}{\pi f T_s} \right)^2 \cdot \left(1 + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{2\pi k f T_s} \right),$$

SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nº 1

mas $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{2\pi K f T_s} = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(f - \frac{k}{T_s})$,

resultando em $P_{power}(f) = \frac{A^2 T_s}{4} \cdot (\frac{\text{sen}(\pi f T_s)}{\pi f T_s})^2 \cdot (1 + \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(f - \frac{k}{T_s}))$, contudo sabe-se que

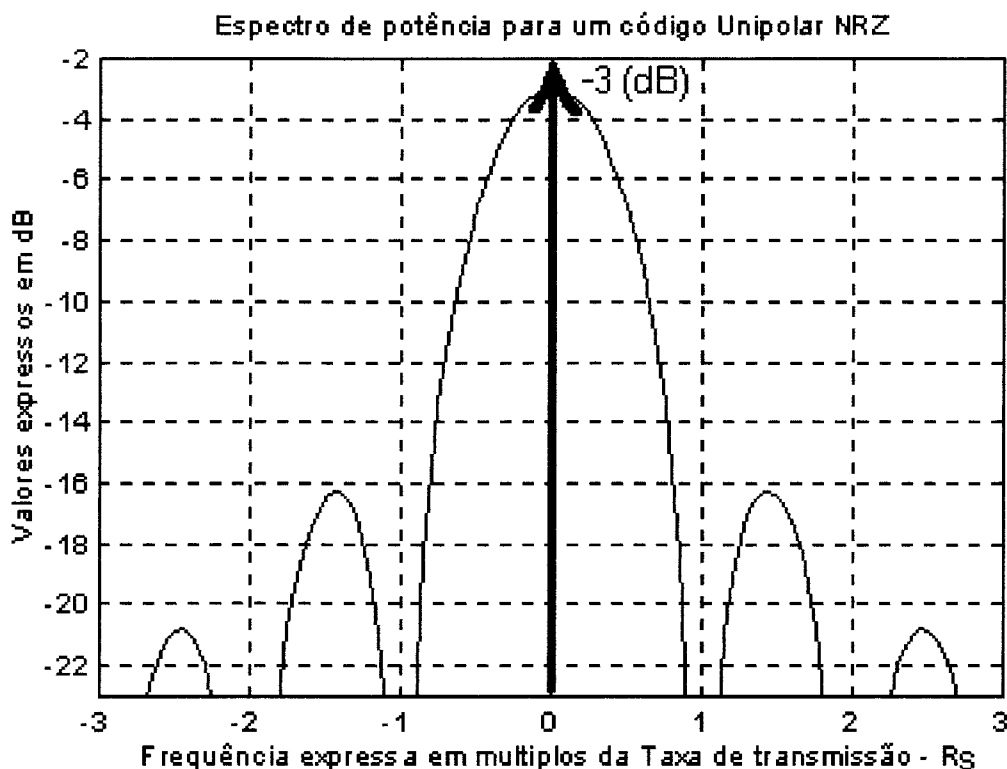
o quociente $\frac{\text{sen}(\pi f T_s)}{\pi f T_s} = 0$, para valores de $f = n/T_s$, i.e., para valores de $n \neq 0$,

obtendo-se a seguinte função para o espectro de potência de um código de

linha unipolar NRZ: $P_{power}(f) = \frac{A^2 T_s}{4} \cdot (\frac{\text{sen}(\pi f T_s)}{\pi f T_s})^2 \left[1 + \frac{1}{T_s} \delta(f) \right]$, em última análise

pode-se afirmar que o espectro de potência é constituído por uma componente de espectro contínuo ao longo das frequências, mais uma risca espectral (dirac), centrado na origem para $f=0$ Hz.

Na figura seguinte, representa-se a forma do espectro de potência de um código Unipolar NRZ, obtido em MATLAB, com valores de $R_s=1$ bps, $A = \sqrt{2}$ Volt:



SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nº 1

Problemas:

- 1 – Determine e esboce o espectro de potência para um código de linha Bipolar RZ, tendo em atenção a componente de espectro contínuo e as componentes de riscas espectrais, caso existam.
- 2 - Determine e esboce o espectro de potência para um código de linha Unipolar RZ, tendo em atenção a componente de espectro contínuo e as componentes de riscas espectrais, caso existam.
- 3 - Determine e esboce o espectro de potência para um código de linha Polar NRZ, tendo em atenção a componente de espectro contínuo e as componentes de riscas espectrais, caso existam.
- 4 - Determine e esboce o espectro de potência para um código de linha Manchester RZ, tendo em atenção a componente de espectro contínuo e as componentes de riscas espectrais, caso existam.

Códigos com memória

- 1 - Considere a sequência binária 0011 0101 1100 1010 0001 1110
 - a) Codifique a sequência binária anterior, utilizando o código de linha 2B1Q;
 - b) Repita a alínea anterior mas para o código Alternated Mark Inversion.;
 - c) Repita a alínea anterior para o código HDBn, para n=3. Compare os resultados com as alíneas anteriores, do ponto de vista do problema do balanceamento DC;
 - d) Determine a taxa de compressão de símbolos para cada um dos códigos de linha apresentados atrás.

SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nr. 2

Transmissão digital em banda base, em presença do ruído

- 1 – Determinar o valor da *Bit Error Rate* (BER), sabendo que se dispõe de uma fonte de informação binária, que gera símbolos equiprováveis, e os transmite à taxa 100 kbaud. Na transmissão no canal, é utilizado um código de linha do tipo polar NRZ.

Assumindo que o nível de decisão óptimo se encontra a meio dos níveis de tensão a que corresponde cada símbolo transmitido no canal, e o valor da relação sinal ruído medida à entrada do circuito detector, vale 12 dB.

Tópicos de resolução:

i – Probabilidade de bit errado: $P_e = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{S}{N} \right) \right) \right]$;

ii – *Bit Error Rate*: $BER = P_e \cdot R_s$.

- 2 – Considere-se um sistema de transmissão quaternário, com símbolos equiprováveis e transmitidos num canal, em banda base, utilizando impulsos rectangulares NRZ.

A atenuação do canal vale 15 dB, e o valor da potência de ruído à entrada de um detector com impedância de entrada de 50 Ω , cifra-se nos 10 μW .

Determinar a potência média de sinal a transmitir, para que se mantenha como objectivo de qualidade da transmissão, um valor do *Symbol Error Rate* (SER) de 10^{-4} .

Tópicos de resolução:

i – Desvio padrão do ruído tipo AWGN: $\sigma = \sqrt{P \cdot R_s}$;

ii – Probabilidade de símbolo M-ary errado: $P_{eM} = \frac{M-1}{M} \cdot \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\Delta V}{2\sqrt{2}\sigma} \right) \right]$.

- 3 – Considere-se uma fonte de informação que gera símbolos binários com iguais probabilidades de ocorrência, e os transmite à taxa de 4 Mbps, num canal em presença de ruído gaussiano com uma potência de ruído de 10 mW, para tal os dígitos binários ‘0’ e ‘1’ são codificados com valores de tensão -0.4 Volt, e $+0.4$ Volt respectivamente.

SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nr. 2

- a) Determinar o valor da probabilidade de bit errado;
- b) Determinar o valor da *Bit Error Rate*;
- c) Sabendo que pelo agrupamento de dígitos binários dois a dois, se pode obter um conjunto de quatro símbolos quaternários, reduzindo assim a taxa de transmissão de símbolos para metade (2 Mbaud); e considerando os seguintes valores de probabilidades de ocorrência para a fonte binária de P_0 e P_1 , para os dígitos '0' e '1' respectivamente.

Sabendo também que os dígitos quaternários são codificados com os valores de tensão $V_0 = +0.6$ Volt, $V_1 = +0.2$ Volt, $V_2 = -0.2$ Volt e $V_3 = -0.6$ Volt, correspondendo aos seguintes agrupamentos de dígitos binários '00', '01', '11' e '10' respectivamente (para minimizar a probabilidade de dígito binário errado, minimiza-se a distância de Hamming entre palavras de código binárias codificadas com níveis de tensão adjacentes).

Nestas condições determinar os valores de:

- c1) – Probabilidade de símbolo quaternário errado;
- c2) – Considerando os símbolos quaternários, determinar o valor do SER;
- c3) – Probabilidade de bit errado;
- c4) – Considerando os símbolos binários, determinar o valor do SER.
- c5) – Resolver as quatro alíneas anteriores, considerando a fórmula para o

$$\text{valor de símbolo M-ary errado: } P_{eM} = \frac{M-1}{M} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\Delta V}{2\sqrt{2}\sigma}\right) \right].$$

- 4 – Considere-se uma ligação ponto a ponto, constituída por 15 secções idênticas em termos de ruído e comprimento, e ligadas em cascata.

Determinar o valor da *Bit Error Rate* (BER), sabendo que se transmitem dígitos binários a uma cadência de 10 Mbps, e que se intercala entre cada duas secções de canal, os seguintes dispositivos:

- a) Um amplificador linear que garante uma relação sinal ruído (SNR) de 12 dB;
- b) Um repetidor regenerativo que garante um valor da probabilidade de bit errado de $P_e < 3.45 \times 10^{-5}$;
- c) Comparar os resultados obtidos e tirar conclusões.

SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nr. 2

- a) Determinar o valor da probabilidade de bit errado;
- b) Determinar o valor da *Bit Error Rate*;
- c) Sabendo que pelo agrupamento de dígitos binários dois a dois, se pode obter um conjunto de quatro símbolos quaternários, reduzindo assim a taxa de transmissão de símbolos para metade (2 Mbaud); e considerando os seguintes valores de probabilidades de ocorrência para a fonte binária de P_0 e P_1 , para os dígitos '0' e '1' respectivamente.

Sabendo também que os dígitos quaternários são codificados com os valores de tensão $V_0 = +0.6$ Volt, $V_1 = +0.2$ Volt, $V_2 = -0.2$ Volt e $V_3 = -0.6$ Volt, correspondendo aos seguintes agrupamentos de dígitos binários '00', '01', '11' e '10' respectivamente (para minimizar a probabilidade de dígito binário errado, minimiza-se a distância de Hamming entre palavras de código binárias codificadas com níveis de tensão adjacentes).

Nestas condições determinar os valores de:

- c1) – Probabilidade de símbolo quaternário errado;
- c2) – Considerando os símbolos quaternários, determinar o valor do SER;
- c3) – Probabilidade de bit errado;
- c4) – Considerando os símbolos binários, determinar o valor do SER.
- c5) – Resolver as quatro alíneas anteriores, considerando a fórmula para o

$$\text{valor de símbolo M-ary errado: } P_{eM} = \frac{M-1}{M} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\Delta V}{2\sqrt{2}\sigma}\right) \right].$$

- 4 – Considere-se uma ligação ponto a ponto, constituída por 15 secções idênticas em termos de ruído e comprimento, e ligadas em cascata.

Determinar o valor da *Bit Error Rate* (BER), sabendo que se transmitem dígitos binários a uma cadência de 10 Mbps, e que se intercala entre cada duas secções de canal, os seguintes dispositivos:

- a) Um amplificador linear que garante uma relação sinal ruído (SNR) de 12 dB;
- b) Um repetidor regenerativo que garante um valor da probabilidade de bit errado de $P_e < 3.45 \times 10^{-5}$;
- c) Comparar os resultados obtidos e tirar conclusões.

SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nr. 3

Transmissão digital em banda base, em presença do ruído - Continuação

- 1 – Considere-se um canal de transmissão corrompido de ruído do tipo Rayleigh em que a sua função densidade de probabilidade é caracterizada por um valor de variância $\sigma = 2$ mV, sabendo que se dispõe de uma fonte de informação binária, que gera dígitos '0' e '1' equiprováveis, e codificados por impulsos unipolares NRZ, com amplitudes 0 Volt e $A = 5$ mV respectivamente.
- Se o nível de decisão no sentido de se discriminar entre os dígitos '0' e '1' na descodificação se situar em $\gamma = 5.1$ mV, determinar a probabilidade de se cometer um erro de interpretação em relação ao dígito '0';
 - Para dígitos equiprováveis, demonstrar que para a probabilidade de erro global (P_e) ser mínima, o nível de decisão óptimo $\gamma_{\text{óptimo}}$ se deve situar na intersecção das duas funções densidade de probabilidade, qualquer que ela seja.

Função densidade de probabilidade de Rayleigh: $f_N(n) = \frac{n}{\sigma^2} e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2}}$, $n \geq 0$

- 2 – Por vezes os sistemas de transmissão digital, são corrompidos por ruído impulsional, devido a causas internas e externas ao sistema, e cuja função densidade de probabilidade pode ser aproximada da seguinte forma:

$$f_N(n) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \cdot e^{-\frac{\sqrt{2}|n|}{\sigma}}$$

Determinar a probabilidade de erro mínima, admitindo que este ruído tem um valor eficaz de 50 mV, e que os símbolos binários equiprováveis, gerados pela fonte de informação são codificados utilizando um código polar NRZ com amplitude $A = \pm 200$ mV.

- 3 – Considerar um sistema de transmissão digital genérico. Se a probabilidade de erro no sistema for 10^{-5} , determinar a probabilidade de erro total para as seguintes situações:

- é recebido '0' quando '1' é transmitido;
- é recebido '0' quando '0' é transmitido;
- é recebido '1' quando '0' é transmitido;
- é recebido '1' quando '1' é transmitido.

SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nr. 3

4 – Considerar a transmissão de impulsos bipolares $\pm A$ acompanhados de ruído $n(t)$, com função densidade de probabilidade:

$$p_N(n) = k \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{12A}n\right), \quad -3A \leq n \leq 3A$$

$$p_N(n) = 0, \quad \text{outros valores de 'n'}.$$

Regra de Leibniz (nível de decisão óptimo): $P_0 * p_{N0}(d_{\text{óptimo}}) = P_1 * p_{N1}(d_{\text{óptimo}})$.

As probabilidades de erro dos bits '0' e '1', são respectivamente $P_0 = 0.4$ e $P_1 = 0.6$; os bits são codificados utilizando os valores de tensão $+A$ e $-A$ respectivamente.

- Se o nível de decisão for tomado nos 0 Volt, qual será o valor da probabilidade de erro do sistema?
- Será o nível de decisão da alínea anterior o mais indicado para a recepção e identificação dos impulsos? Justificar a resposta.

5 – Considerar um sistema polar e constituído por 50 repetidores, sendo a relação sinal ruído de cada um de 20 dB. Considere a existência de ruído aditivo gaussiano e branco (AWGN).

- Determinar a probabilidade de erro se os repetidores forem regenerativos;
- Determinar a probabilidade de erro se os repetidores forem do tipo não regenerativos, i.e., se limitarem apenas a amplificar o sinal recebido.

Tópicos de resolução:

Probabilidade de símbolo errado após 'm' troços de linha com repetidores:

i – Regenerativos: $P_e \cong m \cdot Q\left[\sqrt{\left(\frac{S}{N}\right)_i}\right];$

ii - Não regenerativos: $P_e \cong Q\left[\sqrt{\frac{1}{m} \cdot \left(\frac{S}{N}\right)_i}\right].$

Onde $\left(\frac{S}{N}\right)_i$, é o valor da relação sinal ruído após cada troço de cabo, imediatamente à entrada do repetidor.

SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nr. 3

6 – Considerar um sistema de transmissão em banda base num canal corrompido por ruído aditivo gaussiano e branco, sistema esse constituído por uma fonte de informação binária, que gera símbolos ‘0’ e ‘1’, os quais se codificam com valores de tensão 0 Volt e +5 Volt respectivamente; as probabilidades de ocorrência no emissor valem $P_1 = 0.8$ e $P_0 = 0.2$.

O canal de transmissão apresenta um factor de atenuação de 1 dB/km, e tem um comprimento de 20 km desde o emissor ate ao receptor; o canal apresenta ainda um valor de impedância característica de $Z_c=50 \Omega$. O valor da potência de ruído à entrada do receptor vale 50 μ W.

O receptor tem internamente montado no circuito, um módulo regenerador.

a) Determinar o valor da probabilidade de erro.

b) Determinar o valor da Bit Error Rate (BER), sabendo que o débito binário vale $R_b = 10$ Gbps. Comentar o resultado obtido.

7 – Pretende-se confrontar dois sistemas de transmissão digital, em que o objectivo de qualidade se traduz num valo máximo para a probabilidade de erro, e igual a $P_e = 10^{-5}$.

Os dois sistemas são constituídos por um conjunto de 10 troços de cabo de igual comprimentos, em que o receptor contém o ultimo repetidor.

Sabendo que num dos sistemas só se utilizam repetidores regenerativos, e no outro só se utilizam repetidores não regenerativos.

a) Determinar o ganho de potência de sinal que se verifica em relação ao uso de repetidores regenerativos, em relação ao uso de repetidores não regenerativos, mantendo-se o objectivo de qualidade na transmissão, em termos de taxa de erros, anteriormente citado;

b) Repetir a alínea anterior para um numero ‘m’ genérico de repetidores e uma probabilidade de erro ‘ P_e ’ também ela genérica.

SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nr. 3

Relações matemáticas com especial interesse:

1 – Função Q(k): $Q(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_k^{+\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$

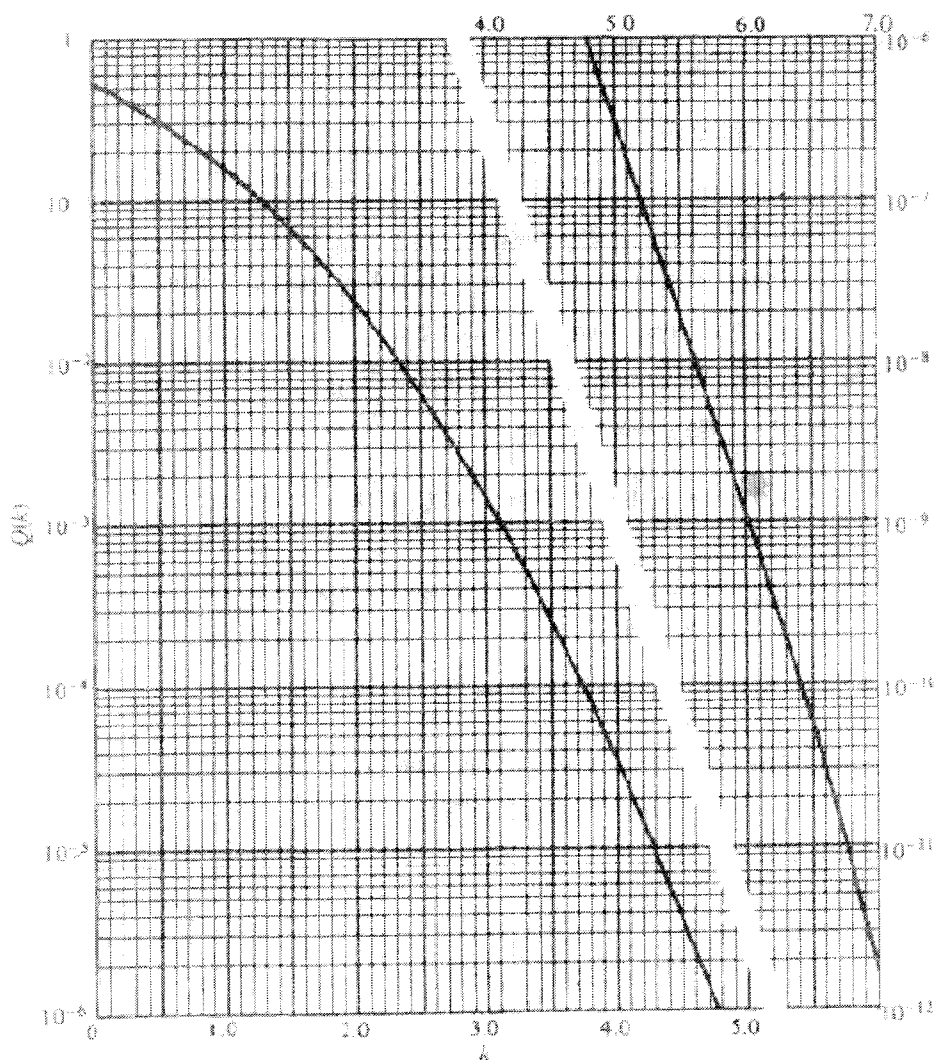
2 – Função de erro: $erf(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-u^2} du$

3 – Relação função Q(k) e função de erro: $Q(k) = \frac{1}{2} \left\{ 1 - erf\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right) \right\}$

4 – Função de erro complementar: $erfc(y) = 1 - erf(y)$

Gráfico com o traçado da função Q(k):

$$Q(k) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}k} e^{-k^2/2} \quad \text{which is quite accurate for } k > 3.$$



SISTEMAS DE TELECOMUNICAÇÕES – Aula prática nr. 2

Tópicos de resolução:

Probabilidade de símbolo errado após ‘m’ troços de linha com repetidores:

i – Regenerativos: $P_e \cong m \cdot Q \left[\sqrt{\left(\frac{S}{N}\right)_1} \right];$

ii - Não regenerativos: $P_e \cong Q \left[\sqrt{\frac{1}{m} \cdot \left(\frac{S}{N}\right)_1} \right].$

Onde $\left(\frac{S}{N}\right)_1$, é o valor da relação sinal ruído após cada troço de cabo, imediatamente à entrada do repetidor.