Escola Superior de Tecnologia e de Gestão

Teoria do Sinal

Exercícios para Matlab

Orlando Ferreira Soares

Bragança, 2002

Índice

Exercícios de Introdução ao MATLAB

- ***Exercícios Básicos***

1. Introduza os seguintes vectores:

$$a = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 & -10 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

2. Defina uma variável A como a matriz identidade de dimensão 4.

3. Defina uma matriz coluna v composta por cinco 0s (zeros) e um 1 (um), depois salve num ficheiro ASCII V.DAT, saia do MATLAB e substitua, utilizando um editor de texto, o 1 por 2. Finalmente abra o MATLAB e carregue o ficheiro para confirmar o resultado.

- ***Manipulação de Vectores e Matrizes***

4. Defina o vector $x = (-3, \quad -4, \quad 2, \quad 1, \quad 0, \quad 2, \quad 3, \quad 5, \quad 10)$ e calcule:

   a) lenght(x);
   b) size(x);
   c) $x(12) = -x(3)$

5. Crie o vector $x = (1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5)$, e por manipulação deste, defina o vector $y = (1 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 8)$.

6. Construa o vector linha

$$(-1, \quad -0.75, \quad -0.5, \quad -0.25, \quad 0, \quad 0.25, \quad 0.5, \quad 0.75, \quad 1)$$

   a) Introduzindo os valores a partir do teclado;
   b) Usando o comando linspace(-1,1,9);
   c) Por meio do operador ':'.

7. Defina o vector

$$x = (1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 20)$$

   e use este vector para criar o vector

$$y = (1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 20 \quad 20 \quad 6 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1)$$

Sugestão: Use o operador ':' com decrementos ou o operador fliplr.

8. Defina os vectores

$$a = (0 \quad 3 \quad 6 \quad 9)$$

$$b = (45 \quad 40 \quad 35 \quad 30)$$

e construa o vector

$$c = (0 \quad 45 \quad 3 \quad 40 \quad 6 \quad 35 \quad 9 \quad 30).$$

Sugestão: Defina dois vectores para guardar os quatro primeiros inteiros pares e impares.

9. Defina a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 & -3 \\ -1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -2 \\ -6 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

e calcule:

a) A(:,2);
b) A(1:3,2:4);
c) A([2 4],3:4);
d) A(:).

10. Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

extraia a submatriz com os valores a_{ij}, com índices de linha $i=2,3$ e índices de coluna $j=2,3$.

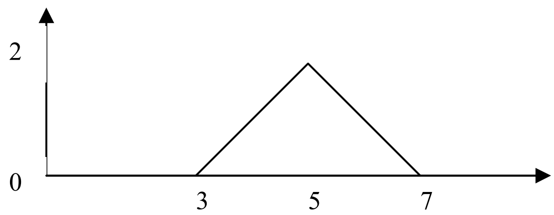
11. Defina as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 2 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 3 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

e depois a matriz de blocos

$$C = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$$

12. Para desenhar a função apresentada a seguir são necessários dois vectores com o mesmo comprimento, o primeiro para guardar a variável independente (abcissas), e o segundo para guardar o valor da função. Defina dois vectores usando o mesmo espaçamento das abcissas de 0,1.



- ***Operações sobre Escalares***

13. Para cada par de coeficientes da equação $a.x + b = 0$ dados na tabela, calcule a solução x sujeito à condição de $x \in Z$, onde Z é os conjunto dos números inteiros. Quando a solução não pertencer a Z então o problema deve ser resolvido por

$$\min_{x \in Z} |a.x + b|$$

a	2	5	8	13	5	0.1
b	4	3	28	-33	72	$\sqrt{2}$

14. Calcule x mod 3 para $x = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 312 & 22 & 64 \end{pmatrix}$.

15. Dado $x = 3 + j5$, $y = -2 + j4$, $z = j3$, calcule:

    a) $x + y$, $x - y$, $(x + y).z$;

    b) $|x|$, $\frac{1}{y}$, z^2;

    c) $\log x$, e^y, $\left|\frac{x}{y}\right|$.

16. Resolva o sistema

$$x^2 + y^2 = a$$

$$\frac{x}{y} = b$$

para $a = \begin{pmatrix} 1, & 4, & 3 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1, & \sqrt{3}, & 0.5 \end{pmatrix}$.

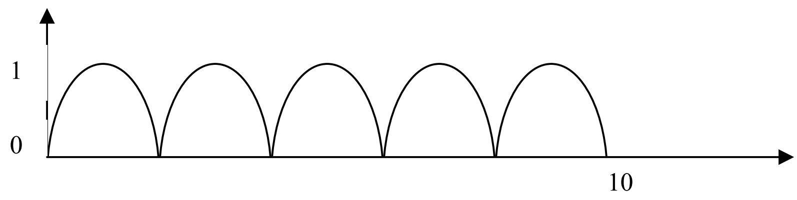
Sugestão: Resolva o problema em coordenadas polares.

17. Verifique a Fórmula de Euler

$$e^z = e^{x+jy} = e^x \left(\cos y + j \operatorname{sen} y \right)$$

para vários números complexos z.

18. Guarde as abcissas e valores da função $|sen\, t|$, mostrada na figura, em dois vectores.



- ***Operações sobre Matrizes***

19. Resolva o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{aligned} 2x_1 - 4x_2 + 7x_3 + 4x_4 &= 5 \\ 9x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 7x_4 &= -1 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 &= -3 \\ 6x_1 - 5x_2 + 4x_3 - 3x_4 &= 2 \end{aligned}$$

20. Para cada um dos seguintes pares de vectores:

a) $u = (2, \quad -3, \quad 6)$, $v = (8, \quad 2, \quad -3)$;

b) $u = (3, \quad -5, \quad 4)$, $v = (6, \quad 2, \quad -1)$;

c) $u = (3, \quad -5, \quad 2, \quad 1)$, $v = (4, \quad 1, \quad -2, \quad 5)$;

d) $u = (5, \quad 3, \quad -2, \quad -4, \quad -1,)$, $v = (2, \quad -1, \quad 0, \quad -7, \quad 2)$.

- calcule o produto interno $< u, v >$;
- calcule a distância (Euclidiana) $d(u, v)$;
- verifique a desigualdade de Cauchy-Schwartz $|< u, v >| \leq \|u\| \cdot \|v\|$;
- verifique a desigualdade de Minkovsky $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$.

21. Defina a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 & -3 \\ -1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & -2 \\ -6 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

e experimente os seguintes comandos

a) size(A);
b) max(A), max(max(A));
c) p=poly(A);
d) det(A), eig(A), [v,d]=eig(A)
e) test=(A<=1) & (A>=-2), all(test), all(all(test));
f) i=find(A==max(max(A))).

22. Dadas as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -6 \\ 7 & 2 & 0 \\ -4 & 8 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2+j & -3j \\ 4-2j & 5+6j \\ 8 & 1-j \end{pmatrix}$$

calcule:

a) A*A, A'*A, A.*A;
b) diag(A), diag(A,1);
c) exp(A), expm(A), sqrt(A), sqrtm(A), sqrtm(A)^2;
d) exp(log(A)), expm(logm(A)), funm(A,'exp');
e) conj(A), real(B), imag(B), B-real(B)-sqrt(-1)*imag(B);
f) rand(B), max(A), norm(A), sign(A).

23. Determine todas as soluções do seguinte sistema

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 &= 5 \\ 2x_2 + 5x_3 + x_4 &= 2 \\ x_2 - 3x_3 &= 4 \end{aligned}$$

- ***Polinómios***

24. Dados os polinómios $a(s) = s^3 + 2s^2 + 5s + 1$ e $b(s) = s^2 + 1$, calcule:

a) $a(s) + b(s)$;
b) $a(s) - 5b(s)$;
c) $a(s).b(s)$;
d) $\dfrac{a(s)}{b(s)}$.

25. Determine os polinómios cujas raízes são:

    a) –1, –3, –5;
    b) –2, –5±j2;
    c) 1, –1, j.

26. Calcule as raízes dos seguintes polinómios:

    a) $s^3 + 5s^2 + 7s + 2$;
    b) $(s+1)^3(s^2 + 12s + 9)$;
    c) $2s^5 + j3s^2 + 1$.

27. Calcule a decomposição em fracções parciais da função

$$\frac{s^2 + 3s}{s^4 + 4s^3 + 7s^2 + 6s + 2}$$

28. Calcule os pontos de inversão e os possíveis pontos de inflecção das seguintes funções:

    a) $f(x) = x^4 + 5x^3 + 1$;
    b) $g(x) = \dfrac{x+1}{x^3 + 3x + 1}$;

▪ *Gráficos*

29. Desenhe o gráfico de todas as curvas definidas nos exercícios da secção anterior (Polinómios).

30. Verifique que a função $cos\,x$ na vizinhança das origem é aproximada à soma parcial da sua Expansão em Série de McLaurin

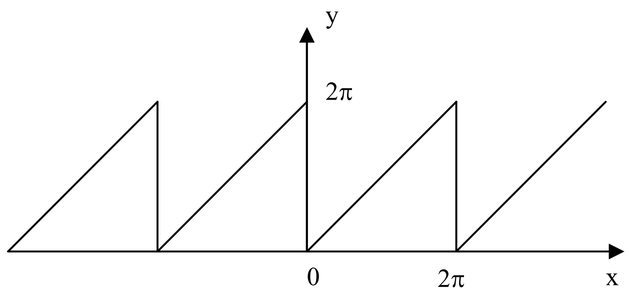
$$cos\,x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

Através do desenho dos gráficos das funções $cos\,x$ e da soma parcial dos cinco primeiro elementos da série.

31. Verifique que a série

$$\pi - 2.\sum_{n=1}^{\infty} \frac{sen(kx)}{k}$$

converge para a função "dente-de-serra" mostrada na figura.



32. Desenhe o gráfico da função

$$f(x,y) = -\frac{5000}{740\sqrt{x^2+y^2} - 100x^2 - -100y^2 - 6369} - 1$$

33. Relativamente ao exercício anterior, use o comando surf e experimente várias cores; finalmente, crie um mapa de cores aleatório (uma matriz 64 x 3) e experimente.

34. Trace o desenho da função definida em coordenadas polares por $\rho = |cos\,\theta|$ usando o comando polar e depois usando plot, depois de fazer a conversão para coordenadas Cartesianas.

35. Resolva graficamente o problema de optimização condicionado

$$min\ \ x^2 + y^2 + z^2$$

sujeito a

$$x^2 + 2y + 4z - 14 = 0$$

Sugestão: Trace a superfície da condição e coloque-a de acordo com a função objectivo.

▪ *Análise Numérica*

36. Calcule as raízes da equação

$$x^2 - 3\,sen\,x + 0.1 = 0$$

37. Calcule o mínimo da função

$$f(x) = sen\left(x^2\right)tg(x).cosh(3x)$$

no intervalo $x \in [3{,}3.35]$.

38. Calcule o mínimo da função

$$f(x,y) = e^{x-y} + x^2 + y^2$$

e trace o desenho sobre o valor calculado.

39. Determine o mínimo da função

$$x_1^4 + 6x_1x_2 + x_1x_2^3 - 6x_1x_3^3 - x_2x_3 + 4x_3^3$$

40. Observando os pontos fixos de um mapa $F(x)$ requer a solução da seguinte equação

$$x = F(x)$$

Calcule os pontos fixos dos mapas

a) $F(x) = x^2 - \frac{x}{2}$;

b) $F(x) = x.(1 - x)$;

c) $F(x) = \frac{2 - x}{10}$;

d) $F(x) = x^4 - 4x^2 + 2$;

e) $F(x) = \frac{\pi}{2} sen\, x$;

f) $F(x) = -sen\, x$;

g) $F(x) = arctgx$;

h) $F(x) = tgx$;

i) $F(x) = log|x - 1|$.

Sinais e Sistemas Básicos

1. Um sinal muito simples é o Impulso Unitário (deslocado):

$$\delta(n-n_0)=\begin{cases}1 & n=n_0\\ 0 & n\neq n_0\end{cases}$$

Para criar um impulso no MATLAB, temos que decidir qual a parte do sinal que nos interessa. Se o impulso $\delta(n)$ vai ser usado na entrada de um sistema LIT, podemos querer ver os L pontos desde $n=0$ até $n=L-1$. Se escolhermos $L=31$, o seguinte código criará um "impulso" no MATLAB:

```
L=31;
nn=0:(L-1);
imp=zeros(L;1);
imp(1)=1;
```

a) Realize e desenhe as seguintes sequências. Em cada caso o eixo horizontal das abcissas (n) deve ser só expandido ao intervalo indicado. Cada sequência deve ser mostrada como um sinal discreto usando a função **stem**.

$$x_1(n)=0{,}9\delta(n-5) \qquad 1\leq n\leq 20$$

$$x_2(n)=0{,}8\delta(n) \qquad -15\leq n\leq 15$$

$$x_3(n)=1{,}5\delta(n-333) \qquad 300\leq n\leq 350$$

$$x_4(n)=4{,}5\delta(n+7) \qquad -10\leq n\leq 0$$

b) O impulso deslocado $\delta(n-n_0)$ pode ser usado para construir um trem-de-impulsos ponderado, cujo período P e comprimento total MP:

$$s(n)=\sum_{k=0}^{M-1} A_k\delta(n-kP)$$

Os pesos são Ar; se forem todos iguais, o trem-de-impulsos é periódico com período P. Crie e desenhe um trem-de-impulsos periódico cujo período é $P=5$ e cujo comprimento é 50. Comece o sinal em $n=0$. Tente usar um ou dois vectores em vez da função cíclica for para colocar os impulsos. Quantos impulsos estão contidos no sinal.

c) O seguinte código de MATLAB produz um sinal repetido no vector x:

```
x=[0;1;1;0;0;0] * ones(1,7);
x=x(:);
size(x);      %<--- devolve o comprimento do sinal
```

Desenhe x para visualizar a sua forma; depois dê uma fórmula matemática semelhante à apresentada na alínea b) para descrever este sinal.

2. Outro sinal muito simples é o Coseno (deslocado):

$$\delta(n-n_0)=\begin{cases}1 & n=n_0\\ 0 & n\neq n_0\end{cases}$$

Para criar um impulso no MATLAB, temos que decidir qual a parte do sinal que nos interessa. Se o impulso $\delta(n)$ vai ser usado na entrada de um sistema LIT, podemos querer ver os L pontos desde $n=0$ até $n=L-1$. Se escolhermos $L=31$, o seguinte código criará um “impulso” no MATLAB:

```
L=31;
nn=0:(L-1);
```

```
imp=zeros(L;1);
imp(1)=1;
```

d) Realize e desenhe as seguintes sequências. Em cada caso o eixo horizontal das abcissas (n) deve ser só expandido ao intervalo indicado. Cada sequência deve ser mostrada como um sinal discreto usando a função **stem**.

$$x_1(n) = 0{,}9\delta(n-5) \qquad 1 \le n \le 20$$

$$x_2(n) = 0{,}8\delta(n) \qquad -15 \le n \le 15$$

$$x_3(n) = 1{,}5\delta(n-333) \qquad 300 \le n \le 350$$

$$x_4(n) = 4{,}5\delta(n+7) \qquad -10 \le n \le 0$$

e) O impulso deslocado $\delta(n-n_0)$ pode ser usado para construir um trem-de-impulsos ponderado, cujo período P e comprimento total MP:

$$s(n) = \sum_{k=0}^{M-1} A_k \delta(n-kP)$$

Os pesos são Ar; se forem todos iguais, o trem-de-impulsos é periódico com período P. Crie e desenhe um trem-de-impulsos periódico cujo período é $P=5$ e cujo comprimento é 50. Comece o sinal em $n=0$. Tente usar um ou dois vectores em vez da função cíclica for para colocar os impulsos. Quantos impulsos estão contidos no sinal.

f) O seguinte código de MATLAB produz um sinal repetido no vector x:

```
x=[0;1;1;0;0;0] * ones(1,7);
x=x(:);
size(x);       %<--- devolve o comprimento do sinal
```

Desenhe x para visualizar a sua forma; depois dê uma fórmula matemática semelhante à apresentada na alínea b) para descrever este sinal.

Bibliografia

- *Using MATLAB, Simulink and Control System Toolbox, A Practical Approach*, Alberto Cavallo, Roberto Setola, Francesco Vasca, Prentice Hall
- *Digital Signal Processing Using MATLAB*, Vinay K. Ingle, John G. Proakis, Brooks/Cole
- *http://www.mathworks.com/*