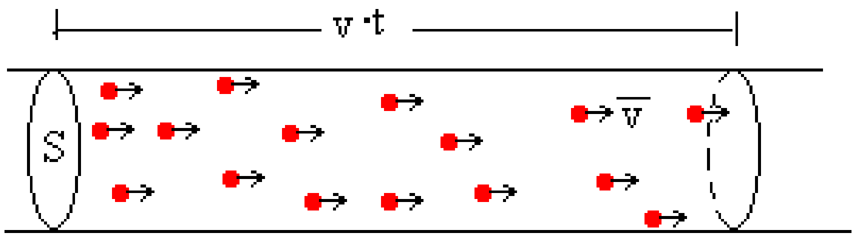
Intensidade de Corrente Eléctrica

A intensidade de corrente eléctrica é a carga que a travessa a secção recta (S) de um condutor na unidade de tempo.

$$i = q\frac{n}{t} = q\frac{\rho \cdot v \cdot t \cdot S}{t} = \rho \cdot q \cdot v \cdot S$$



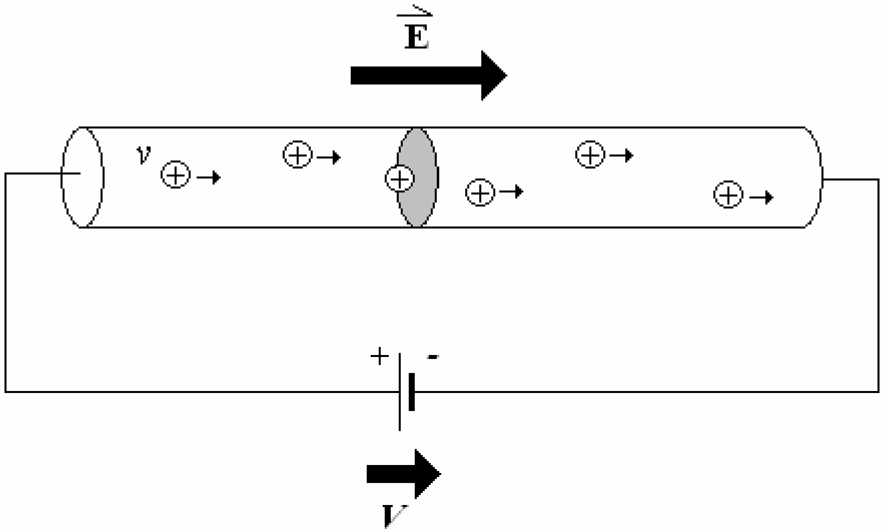
$$i = \frac{dq}{dt}$$

S.I. – Ampére (A)

- Ligando uma bateria a um condutor estabelece-se um campo eléctrico

- O campo eléctrico actua sobre os portadores originando o seu movimento.

-Por convenção os portadores são cargas positivas.
- A velocidade de arrastamento é da ordem dos 4e-2 cm/s.



- Um portador para ser deslocado de 1 cm necessita de 25s!

Campo Magnético

- Estudo do magnetismo a partir de observações naturais

- A corrente eléctrica que percorre um condutor também produz efeitos magnéticos (Oersted. Sec. XIX)

- Os efeitos magnéticos podem ser aumentados: bobina

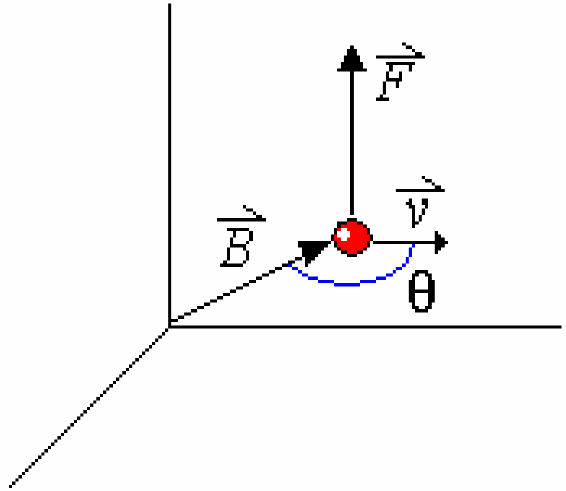
- No espaço que circunda um imã ou condutor existe um

CAMPO MAGNÉTICO

- Vector campo magnético – $\vec{B}$

- Fluxo de um campo magnético – $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

- Integral calculada sobre a superfície (aberta ou fechada)



- Considerar uma carga **qo** em repouso num campo magnético
  > Nenhuma força actua na carga
  > Carga movimentando-se com velocidade **v**

- Verifica-se uma força lateral **F** ortogonal a **v**

- Variando a direcção e sentido da velocidade verifica-se:

  - **F** sempre ortogonal a **v**

  - F não se mantém inalterado

  - Existe uma direcção para v de tal modo que F=0

Se uma carga de prova qo passar por um ponto do espaço com velocidade v e sofrer uma força **F** *perpendicular a* **v** *existe nesse ponto um campo magnético* **B** que satisfaz a relação:

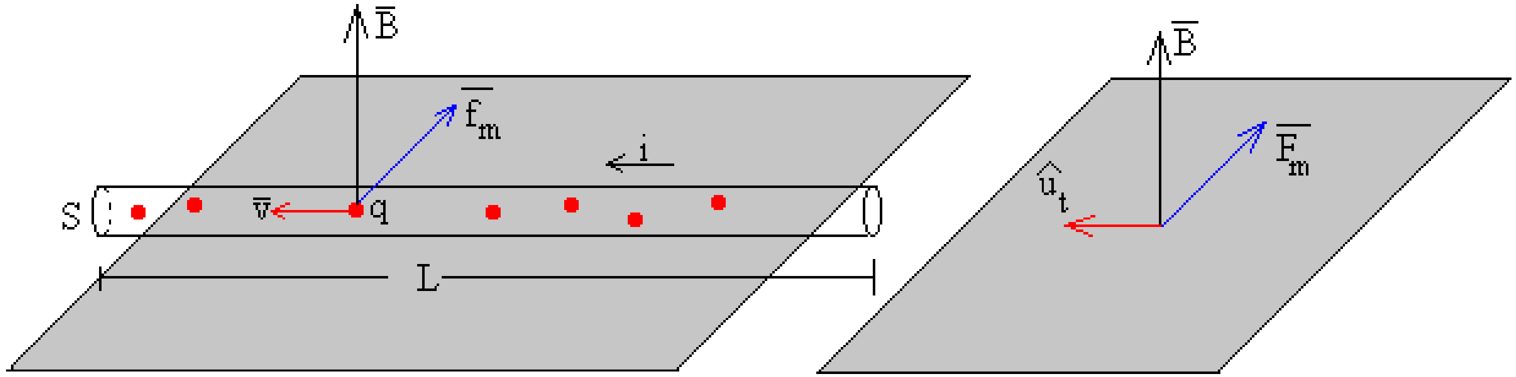
$$\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}} \xrightarrow{\text{em módulo...}} \boxed{F = qvB\sin(\theta)}$$

Qual a força imprimida no caso de um condutor eléctrico?

Considerar:

- Condutor de comprimento <u>efectivo</u> **L**

- Percorrido por uma corrente eléctrica **i**



- Força imprimida num portador: $$\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

- Força imprimida em n portadores:

$$\vec{F} = n \cdot q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$= \frac{n \cdot q \cdot \vec{v}t}{t} \times \vec{B} = i \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

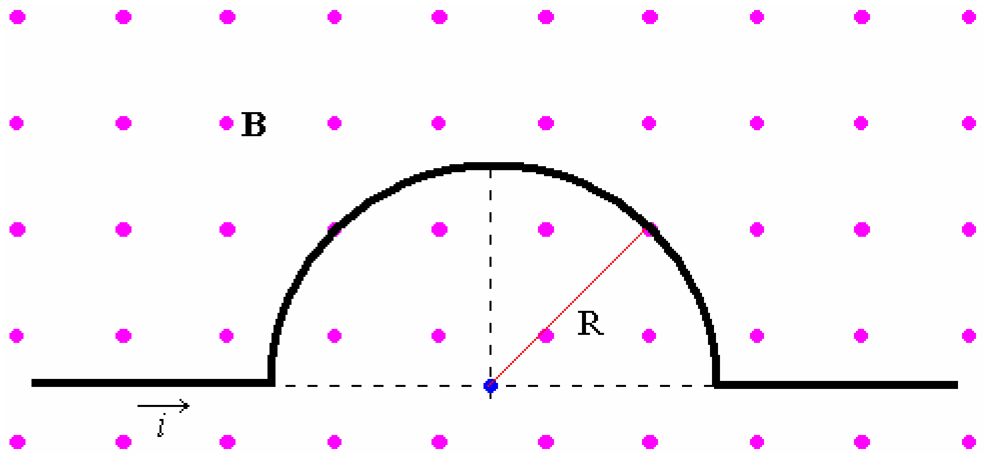
$$\boxed{\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}}$$

O vector l aponta no sentido da corrente eléctrica

- Sobre um segmento elementar do fio dl actua uma força... $$\boxed{d\vec{F} = i \cdot d\vec{l} \times \vec{B}}$$

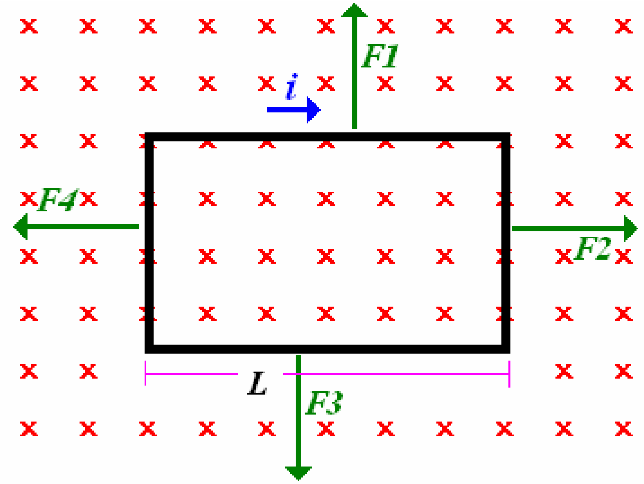
Exemplo de Aplicação...

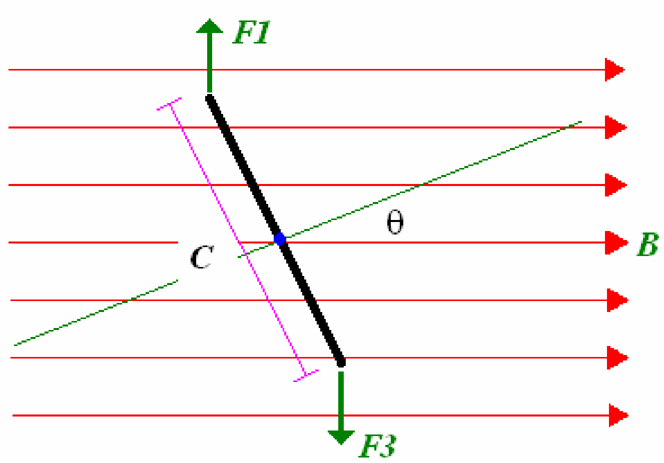
$$\vec{F} = ?$$



Momento de Binário sobre uma Espira de Corrente

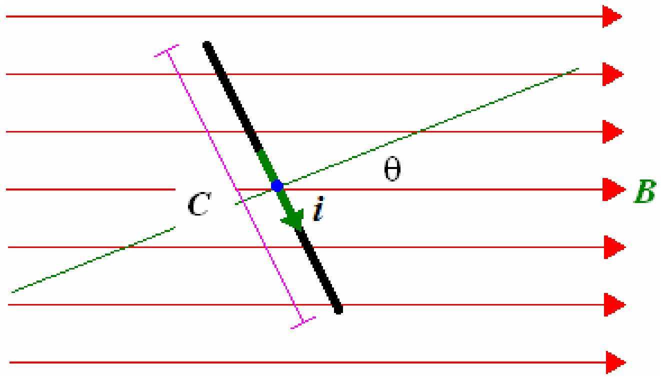
- Espira rectangular de comprimento C e largura L
- Campo Magnético Uniforme
- O eixo de rotação é perpendicular a B

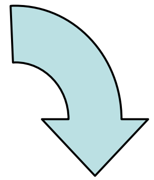




- F2 e F4 Forças sobre a mesma linha de acção

F2 = F4 (não contribuem para o movimento do corpo)

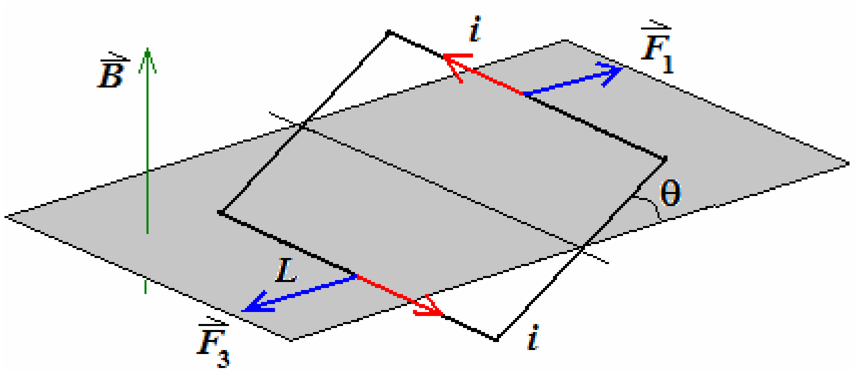




tendem a deformar os condutores...

Em módulo,

$$F_2 = iCB\sin\left(90-\theta\right) = iCB\cos(\theta)$$



Em módulo...

$$F_3 = iLB\sin(90) = iLB$$

Note-se que a força é CONSTANTE e independente do ângulo...

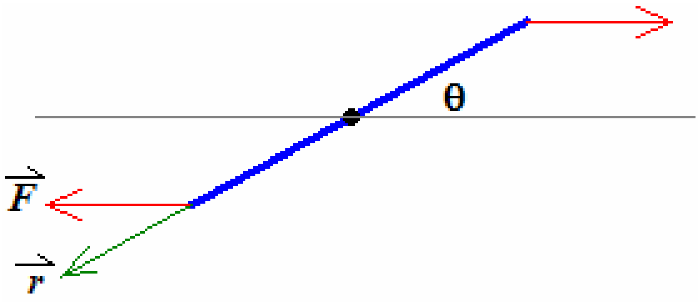
De onde também se tira que,

$$F_3 = F_1 = iLB\sin(90) = iLB$$

Para a posição ilustrada as forças não possuem a mesma linha de acção

MOMENTO DE BINÁRIO

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}}$$



Em módulo...

$$\boxed{\begin{aligned}\tau &= 2\cdot F\cdot\left(\frac{C}{2}\right)\sin(\theta) = iLCB\sin(\theta)\\ &= iAB\sin(\theta)\end{aligned}}$$

Direcção perpendicular ao plano r.F

Para uma bobina com N espiras...

$$\boxed{\tau = NiAB\sin(\theta)}$$

A reter...

- Um condutor, imerso num campo magnético, quando percorrido por uma corrente eléctrica sofre uma força.

- Por outro lado, uma espira sofre um binário.

- Se a corrente for constante a espira movimenta-se até que a linha de acção do par de forças (resultantes) coincida.

O Galvanómetro de Quadro Móvel

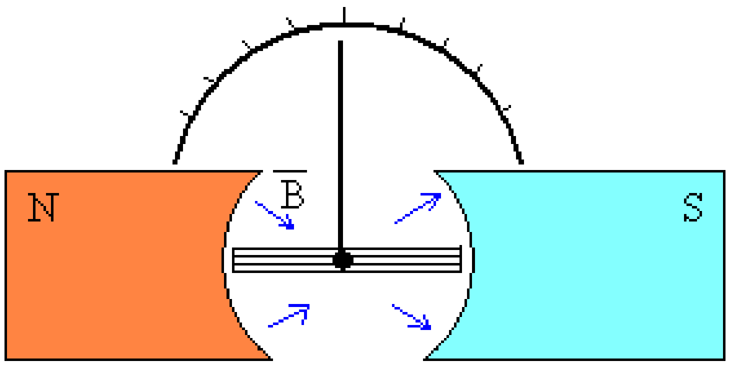
- Uma aplicação da teoria desenvolvida é em instrumentos analógicos de medida.

- Um desses instrumentos é o galvanómetro de quadro móvel. Consiste em,

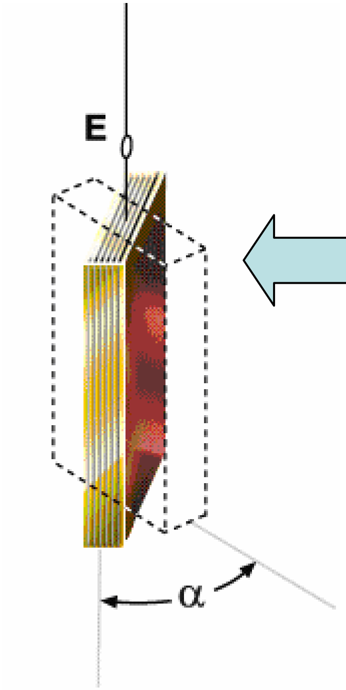
> Um íman permanente, que produz um campo magnético entre seus pólos;

> Uma bobina, em forma de quadro plano, colocada nesse campo entre os pólos do íman.

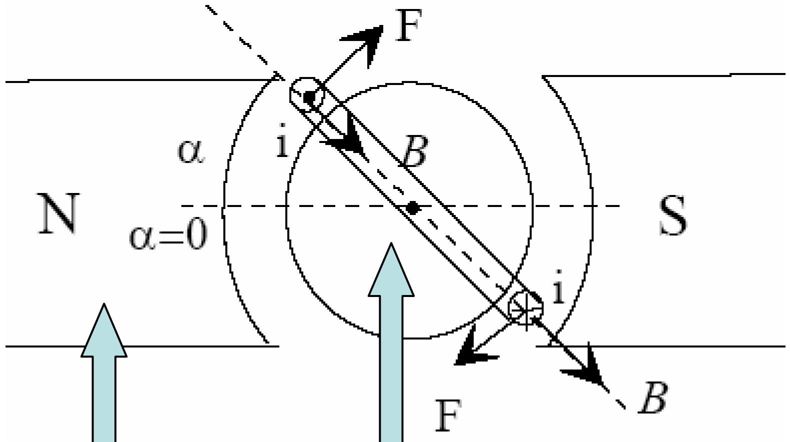
> Dispositivo apontador (agulha) e escala graduada



- De modo a dotar o sistema de um restauro automático, uma mola é adicionada ao conjunto de modo a fornecer um binário de RESTITUIÇÃO.



Quadro Móvel: Bobina rectangular de fio condutor de cobre



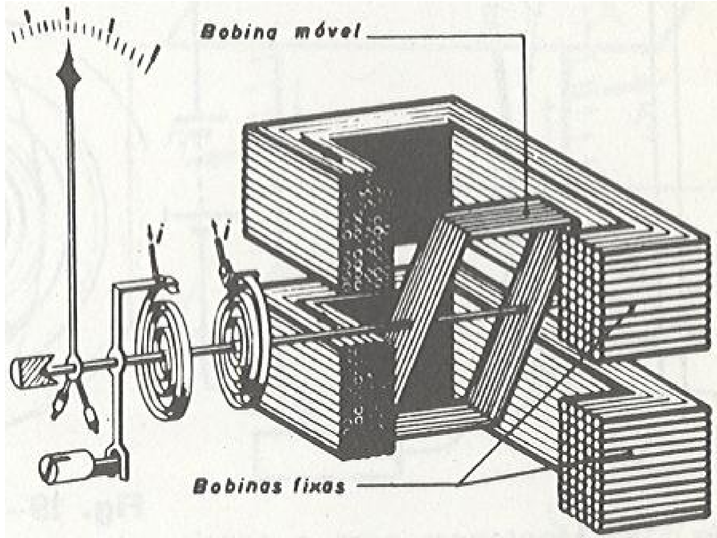
Circuito Magnético: Íman permanente

Entreferro: Peça cilíndrica de Aço Macio

Suspensão da Equipagem Móvel:

- Apoio em **Pivots** : Pontas de aço afiado sobre esferas de safira sintética.
- Suspensão por Fita Metálica (ambos os extremos) ou Livre (apenas um extremo)

MOLA:



- Constituída por duas espiras em aço envolvendo o eixo em sentidos opostos

- Responsável por fornecer o binário de Restituição

- Lei de Hooke: Binário de Restituição Resultante

$$\boxed{\tau_R = k_R \theta}$$ (k_R - constante de torção da mola)

- Ajustando mecânicamente o binário de restituição ajusta-se um dos limites da escala

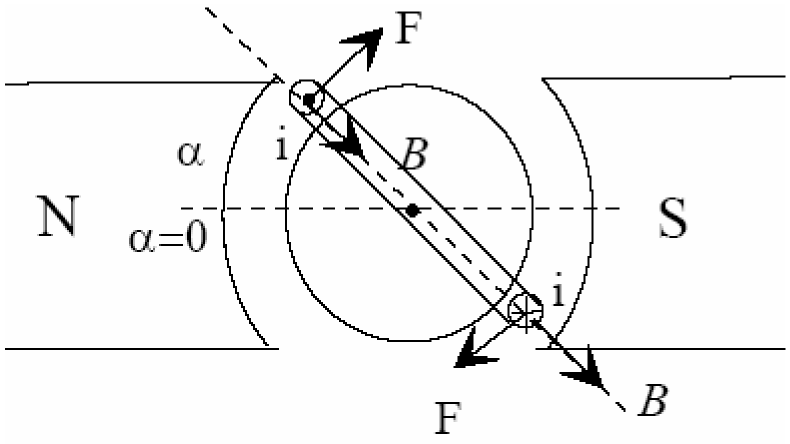
ATRITO:

- Proporcional à velocidade angular, i.e.

$$\boxed{\tau_A = k_A \theta}$$ (k_A - constante de amortecimento)

Viu-se anteriormente que o binário ACTUANTE devido à corrente eléctrica é:

$$\boxed{\tau = NiAB\sin(\theta)}$$



Da concepção do aparelho B é radial e logo o ângulo entre B e dl = 90º. Assim

$$\tau = NiAB$$

Da 2ª Lei de Newton para o movimento angular:

$$\sum_i \tau_i = I\alpha$$

Neste contexto tem-se:

$$\tau - \tau_R - \tau_A = I\alpha \quad \Rightarrow \quad NiAB - k_R\theta - k_A\frac{d\theta}{dt} = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\boxed{I\frac{d^2\theta}{dt^2} + k_A\frac{d\theta}{dt} + k_R\theta = NiAB}$$

Caracterização Estática

- Nesta situação o equilíbrio dá-se quando o binário Actuante = Restituinte

$$\boxed{k_R\theta = NiAB} \Rightarrow \boxed{\theta = \frac{NAB}{k_R} i}$$

-Em regime permanente, o desvio é proporcional à intensidade da corrente eléctrica

- À constante

$$\boxed{\frac{NAB}{k_R}}$$

é dado o nome de sensibilidade á corrente.

Caracterização Dinâmica

$$\boxed{I\frac{d^2\theta}{dt^2} + k_A\frac{d\theta}{dt} + k_R\theta = NiAB}$$

Aplicando a transformada de Laplace vêm que,

$$\boxed{\frac{\Theta(s)}{I(s)} = \frac{NAB}{Is^2 + k_A s + k_R}}$$

- Comportamento de um sistema de segunda ordem.

- Em sistemas de medida comerciais os parâmetros são determinados de modo a que a resposta seja criticamente amortecida.

- A frequência natural do sistema é:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_R}{I}}$$

- De onde se tira que, $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k_R}}}$ (período das oscilações não amortecidas)

- Nos aparelhos comerciais T ~ 1s

- O aparelho não consegue acompanhar variações com períodos inferiores a 1s

Estudo de Caso: Galvanómetro Excitado por Corrente Sinusoidal

$$\boxed{i(t) = I_p \sin(\omega_0 t)}$$ onde $$\boxed{\omega_0 = 2\pi f}$$ e $$\boxed{f = 50Hz}$$

Fourier

- Considerar frequência natural de 2pi rad/s (T=1s)

$$\boxed{I(j\omega) = \pi \frac{I_p}{j}\left(\delta\left(\omega - \omega_0\right) - \delta\left(\omega + \omega_0\right)\right)}$$

Aparelho de Medida:

- Criticamente Amortecido (zeta=1)
- Frequência natural de 2*pi rad/s (T=1s)
- Ganho Estático de K=110/Ip (º/ampere)

$$\boxed{\frac{\Theta(s)}{I(s)} = K \frac{4\pi^2}{s^2 + 4\pi s + 4\pi^2}} \Rightarrow \boxed{\Theta(j\omega) = K \frac{4\pi^2}{4\pi^2 - \omega^2 + j4\pi\omega} I(j\omega)}$$

$$\Theta(j\omega) = K\frac{4\pi^2}{4\pi^2 - \omega^2 + j4\pi\omega}\cdot\pi\frac{I_p}{j}\left(\delta\left(\omega-\omega_0\right)-\delta\left(\omega+\omega_0\right)\right)$$

$$\Theta(j\omega) = 110\frac{\pi}{j}\frac{4\pi^2}{4\pi^2 - \omega^2 + j4\pi\omega}\left(\delta\left(\omega-\omega_0\right)-\delta\left(\omega+\omega_0\right)\right)$$

Considerando,

$$\left.\frac{4\pi^2}{4\pi^2 - \omega_0^2 + j4\pi\omega}\right|_{\omega=\omega_0} = a + jb$$

$$\Theta(j\omega) = 110\frac{\pi}{j}\left(\left(a+jb\right)\delta\left(\omega-\omega_0\right)-(a-jb)\delta\left(\omega+\omega_0\right)\right)$$

$$\Theta(j\omega) = 110\frac{\pi}{j}\left(a\left(\delta\left(\omega-\omega_0\right)-\delta\left(\omega+\omega_0\right)\right)+jb\left(\delta\left(\omega-\omega_0\right)-\delta\left(\omega+\omega_0\right)\right)\right)$$

$$\Theta(j\omega) = 110\left(a\frac{\pi}{j}\Big(\delta\big(\omega-\omega_0\big)-\delta\big(\omega+\omega_0\big)\Big)\right.$$
$$\left. +b\pi\Big(\delta\big(\omega-\omega_0\big)+\delta\big(\omega+\omega_0\big)\Big)\right)$$

Transformada Inversa...

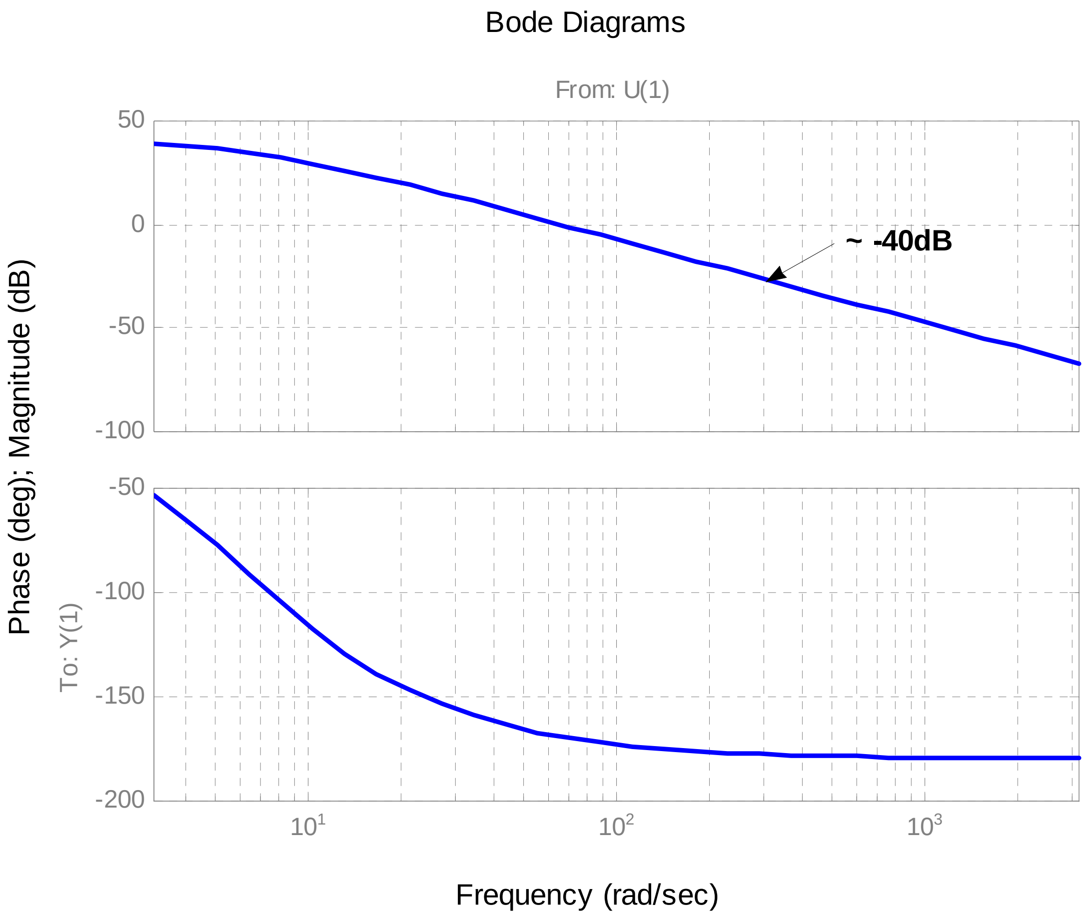
$$\theta(t) = 110\big(a\sin(\omega_0 t) + b\cos(\omega_0 t)\big)$$

$$\theta(t) = 110a\big(\sin(\omega_0 t + \varphi)\big),\ \ onde\ \ \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\boxed{\theta(t) \approx 0.04\cdot\sin(\omega_0 t - 178^{\circ})}$$

Conclusão...

- Ponteiro sem deflexão
- $\theta(t) \approx 0$



O que aconteceria se a corrente tivesse valor médio não nulo?

$$\boxed{i(t) = I_0 + I_1 \sin(\omega_0 t)}$$

A TF da soma é igual à soma das TF logo...

A RETER....

- Um galvanómetro de quadro móvel comercial comporta-se como um filtro passa-baixo

- Quando exposto a uma solicitação variante no tempo muito mais rápida do que a sua constante de tempo predominante apresenta, aproximadamente, o **valor médio** dessa entidade.

Valor Médio e Valor Eficaz de um Sinal

Valor Médio: $$\boxed{V_o = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt}$$

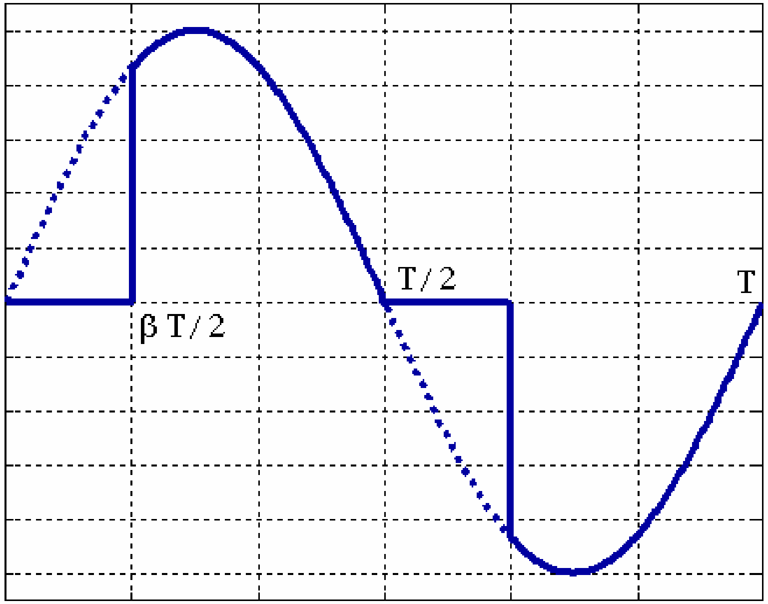
Valor Eficaz: $$\boxed{V_{RMS}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)dt}$$

Se um sinal $v(t)$ for composto por um conjunto de n componentes com valores eficazes $\left\{V1_{ef}^2,...,Vn_{ef}^2\right\}$, então o valor eficaz do sinal é dado simplesmente por:

$$V_{RMS}^2 = V1_{RMS}^2 + V2_{RMS}^2 + ... + Vn_{RMS}^2$$

EXEMPLO:

Calcular o valor médio e o valor eficaz da onda comutada da figura subsequente em função do angulo de disparo.



Projecto de Aparelhos de Medida DC

-Amperímetros

- Voltímetros

-Ohmímetros

Amperímetros e Voltímetros DC

- Apresenta-se o princípio de detecção, em CC, de amperímetros e voltímetros analógicos.

- Elemento motor do tipo electromagnético de quadro móvel.

- Relação linear entre a corrente e a deflexão do quadro.

- Correntes de fim-de-escala da ordem das dezenas de microampére:

    microamperímetro

- Características a considerar no projecto de instrumentos DC de medida:

    - Corrente de fim-de-escala (IAF)

    - Resistência Interna (Ra)

- Com base nessas características deduz-se a relação entre a corrente no uA e a grandeza a medir.

- É com base nessa relação que a escala é graduada.

- Um aparelho que integre diferentes funções de medida é denominado por **MULTÍMETRO**

Amperímetro DC

- Valores de fim-de-escala típicos de um motor EM (~40uA e 100 uA)

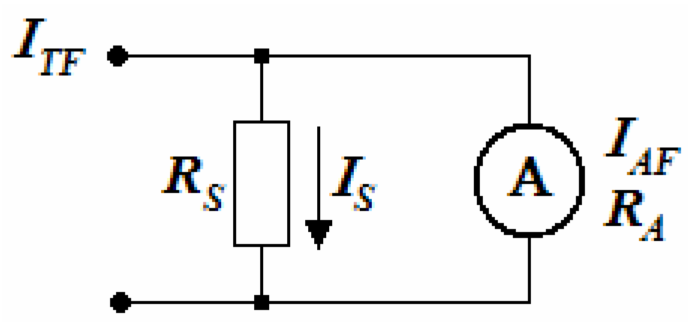
- Mesmo os circuitos electrónicos de baixa potência excedem esses valores.

COMO AMPLIAR A GAMA DE MEDIDA????

- **Divisor de Corrente**... coeficiente de ampliação da escala

$$\boxed{m = \frac{I_{TF}}{I_{AF}}}$$

(ITF – Nova corrente de fim de escala)



- No circuito <m> depende de RA e RS

- Relação entre correntes:

$$\boxed{I_A = \frac{R_S}{R_S + R_A} \cdot I_{in}}$$

- Quando I_in=ITF -> IA=IAF

$$\boxed{I_{AF} = \frac{R_S}{R_S + R_A} \cdot I_{TF} \Rightarrow m = \frac{R_S + R_A}{R_S}}$$

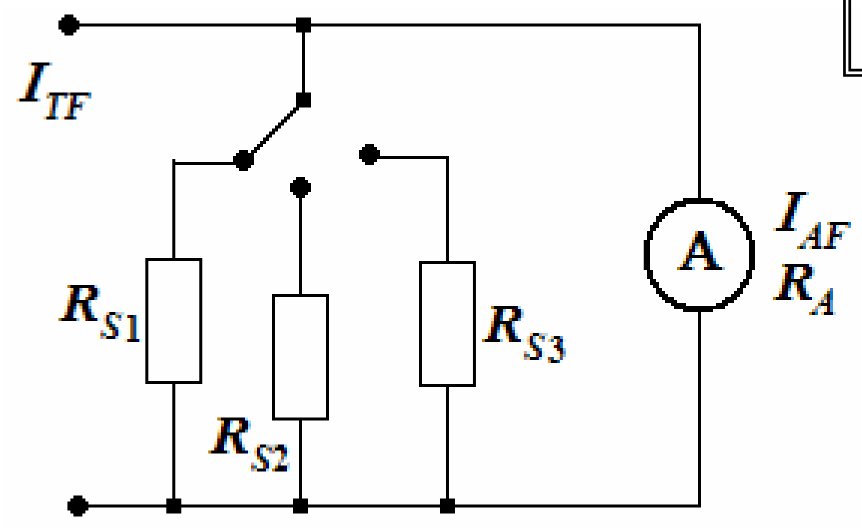
Qual o novo valor da resistência interna?

$$R_{in} = R_A // R_S = \frac{R_A R_S}{R_A + R_S}$$

- Na prática os instrumentos de medida possuem mais do que uma gama de medida

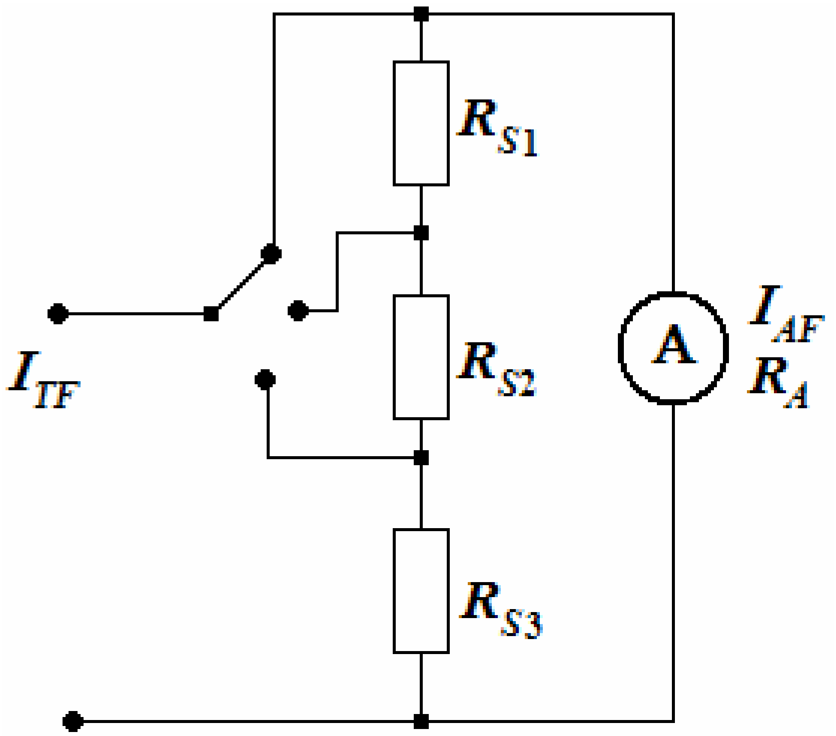
Solução:

$$m_1 = \frac{I_{TF1}}{I_{AF}} \quad m_1 = \frac{I_{TF2}}{I_{AF}} \quad m_1 = \frac{I_{TF3}}{I_{AF}}$$



Problema associado à transição de escalas...

Solução: Configuração Ayrton



- Contorna o problema de impedir que o uA fique inserido directamente no circuito de medição

- Apresenta valores de resistência interna ligeiramente superiores.

Exemplo de Aplicação:

Dimensione um Amperímetro DC, para ambas as configurações, com três escalas de medida:

- 100 mA,1A,10 A

Considerando, como base, um elemento motor com IAF=40 uA e Ra=2450 R.

R:

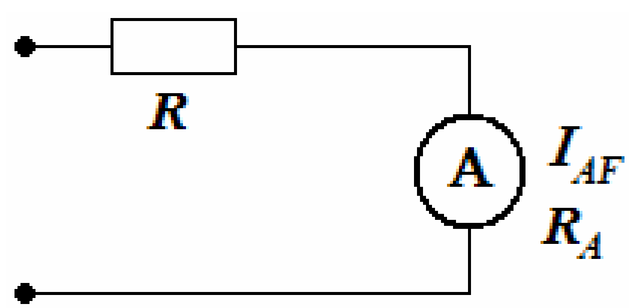
R1=0,98;R2=0,098;R3=0,01

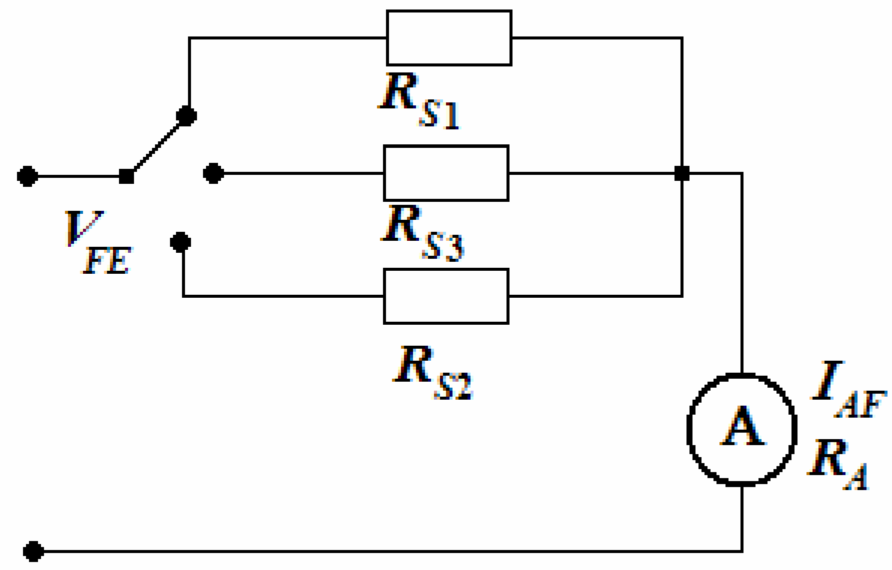
(Ayrton) R1=0,88;R2=0,088;R3=0,01

Voltímetro DC

- Com a associação de uma resistência em série com o uA obtemos, após própria graduação da escala, um voltímetro.

- A lei de graduação resulta directamente da Lei de Ohm





$$\boxed{V = \left(R + R_A\right) \cdot I}$$

Resistência Interna

$$\boxed{R_{IN} = R + R_A}$$

Habitualmente definida a partir da SENSIBILIDADE e do valor de fim-de-escala

$$\boxed{R_{IN} = S \cdot V_{FE}}$$

-Sensibilidade S

$$\boxed{S = \frac{1}{I_{AF}}}$$

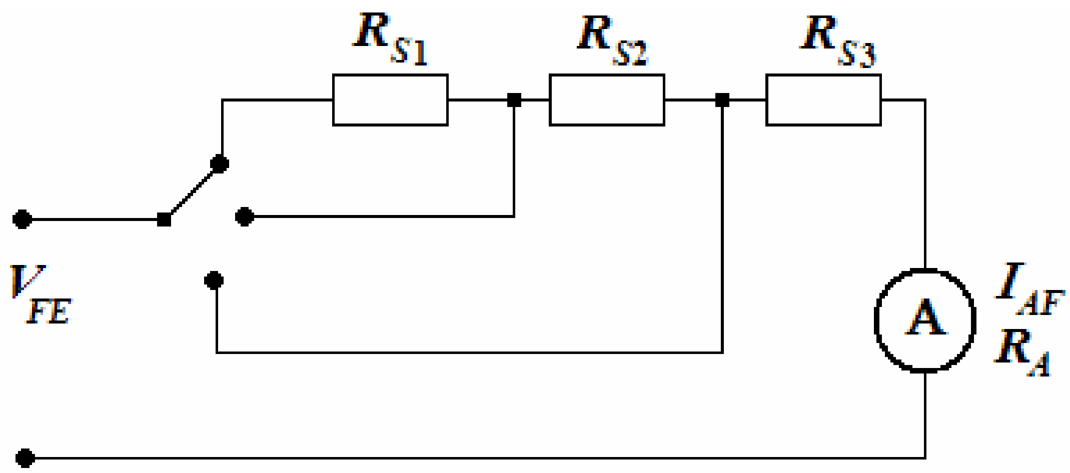
- Expressa em ohm/volt

- Indica o valor da resistência por cada volt de tensão de fim-de-escala.

Qual a resistência interna para as escalas 10, 20 e 50 V de um voltímetro com sensibilidade 10KΩ/V?

Exemplo de Aplicação

Dimensione o voltímetro com três escalas sabendo que IAF=40uA, Ra=2450R, V=10, 20 e 50V



Ohmímetro

- Como o nome indica permite obter, directamente, o valor de uma resistência eléctrica.

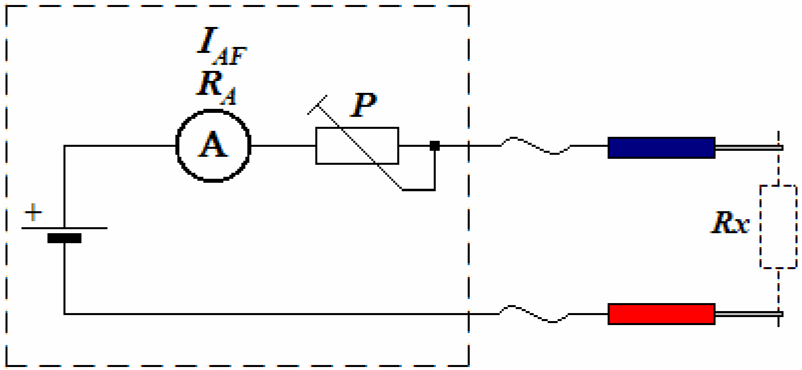
- Duas estratégias de implementação distintas:

    - Ohmímetro Série

    - Ohmímetro Paralelo

Ohmímetro Série

- Constituído pela associação série de uma bateria, um uA e uma resistência de ajuste.

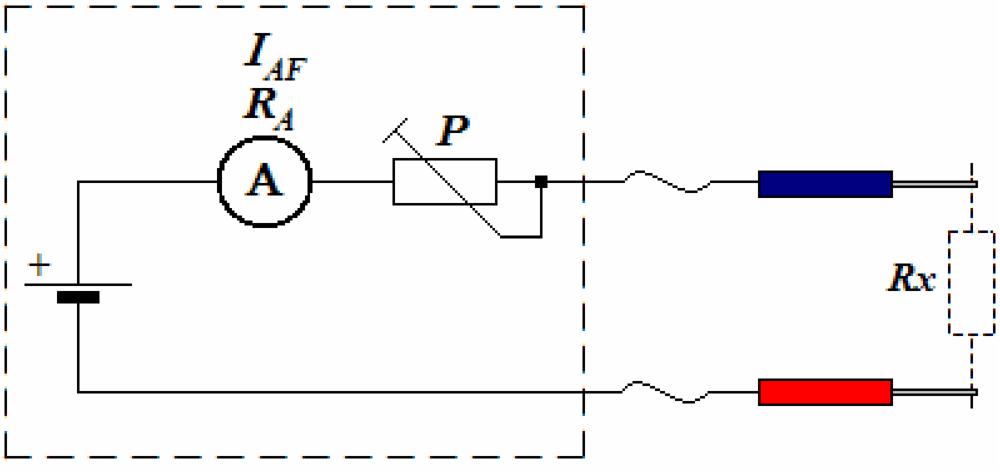


-Para uma correcta utilização é necessário proceder ao ajuste de zero:

1º Curto circuitar as pontas de prova

2º Ajustar o potenciómetro até se obter a máxima deflexão no ponteiro

(I = IAF)



Condição de Ajuste de Zero...

$$R_X = 0 \Rightarrow I = \frac{V}{P + R_A}$$

P é sintonizado de modo que $I = I_{AF}$

$$I_{AF} = \frac{V}{R_{in}} \quad onde \ R_{in} = R_A + P$$

Na situação de medida de uma resistência desconhecida Rx...

$$I = \frac{V}{R_{in} + R_X}$$

FACTOR DE DEFLEXÃO: Desvio presente sobre desvio máximo

$$D = \frac{I}{I_{AF}}$$

Como nos elementos de quadro móvel a relação entre o desvio e a corrente é linear o factor de deflexão permite graduar a escala...

$$\boxed{D = \frac{R_{in}}{R_{in} + R_X}}$$

Se Rx=0 D=100%

Se Rx=Rin D=50%

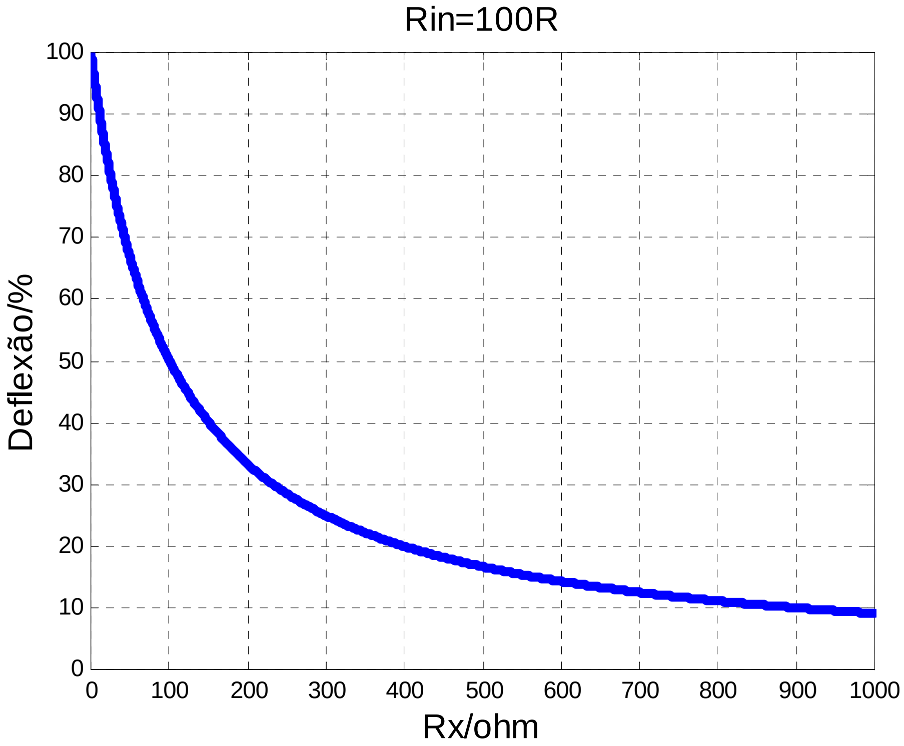
D=0% sse Rx for infinita!

RELAÇÃO LINEAR??

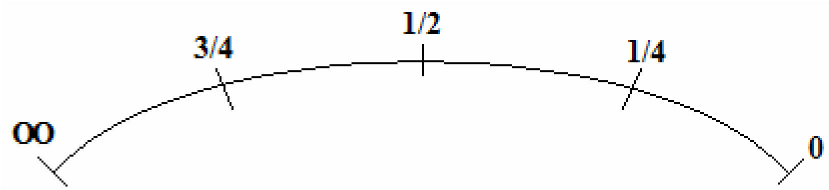
- A escala apresenta-se mais espaçada para baixos valores de resistência.

- Melhor resolução em torno do fim-de-escala logo as medidas devem ser tomadas nesse quadrante

- O meio da escala obtém-se quando a resistência a medir é igual à resistência interna.



Rx	0	Rin/3	Rin	3Rin	7Rin	∞
D	1	3/4	1/2	1/4	1/8	0



Efeito do Envelhecimento da Bateria

Considerar um Ohmímetro série com as seguintes características:

- V=10V; IAF=1 mA; Ra=100R

Condição de Ajuste de Zero,

P=(10/0.001)-Ra=9900R

Resistência Interna = Resistência de Meia-Escala

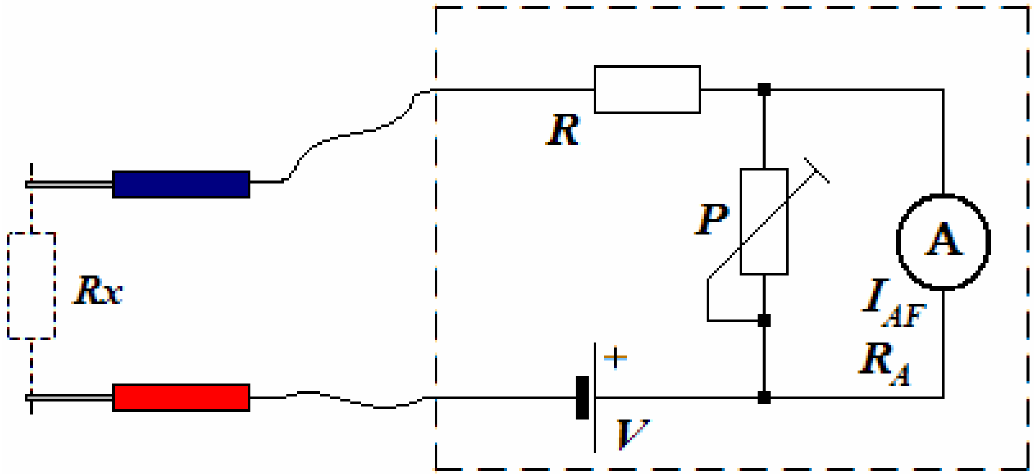
Rin=10 000 R

Se V->8V então Rin->8 000R implica erro absoluto de 2000 ohm’s! (25%)

A reter...

-O erro depende da sensibilidade da resistência interna ao valor da resistência de ajuste.

- Uma forma de minimizar o problema....



Exemplo de Aplicação

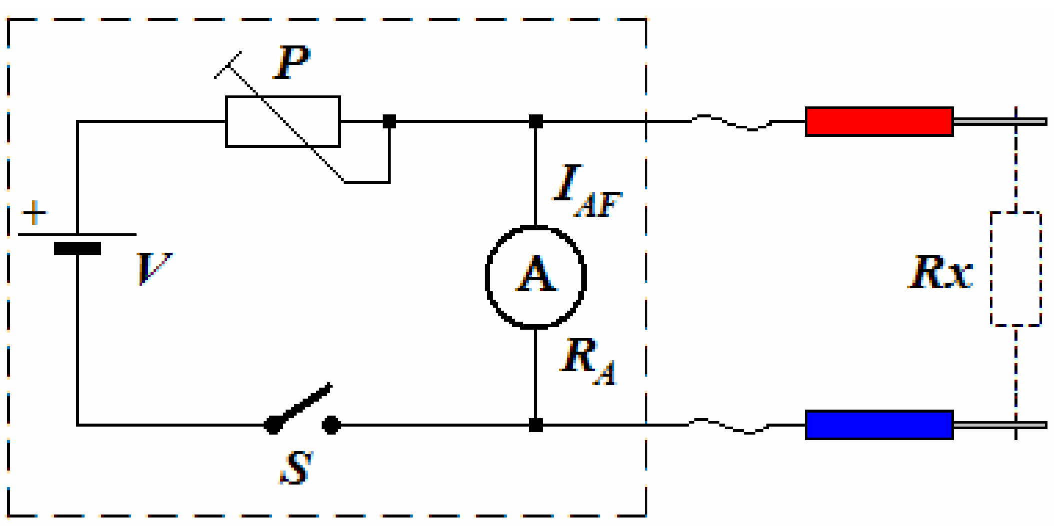
- Sabendo que V=3V, IAF=1mA e Ra=50 R, determine P e R (do circuito do acetato anterior) de modo que a Resistência de Meia Escala seja 2Kohm

O Ohmímetro Paralelo

-Usado na medição de resistências de baixo valor

- O interruptor S destina-se a interromper o circuito quando o aparelho não está a ser utilizado.

- O ajuste de fim de escala neste caso é o “ajuste de infinito”



$$\boxed{I_{AF} = \frac{V}{R_A + P}}$$

Medição de Rx...

$$\boxed{I_A = \frac{R_X}{R_A + R_X} I}$$

$$\boxed{I = \frac{V}{R_A // P + R_X}}$$

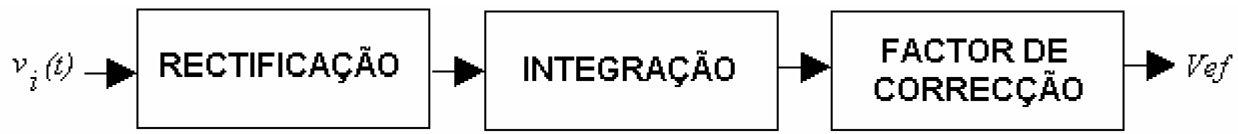
Factor de Deflexão>>> $$\boxed{D = \frac{I_A}{I_{AF}} \Rightarrow D = \frac{R_X}{R_X + P // R_A} = \frac{R_X}{R_X + R_{in}}}$$

Conclusão:

- A escala deste ohmímetro é contrária à do anterior
- A meia escala consegue-se quando Rx=Rin
- Sensibilidade positiva
- Como normalmente Ra baixo Rin é ainda menor logo o dispositivo é apenas usado para a medição de baixos valores de resistência.

Amperímetros e Voltímetros AC

Grande parte dos instrumentos de medida AC medem o valor máximo ou médio e indicam o seu valor eficaz



-Técnica sem erros de medição apreciáveis se a forma de onda for sinusoidal pura.

- A detecção do verdadeiro valor eficaz é independente da forma de onda de entrada.

Detecção do Valor Médio

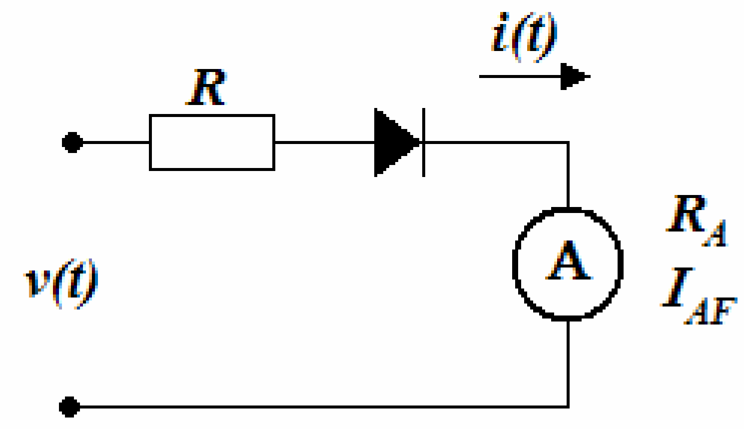
- Modelo elementar de um voltímetro AC

- Lembre que o elemento motor funciona como integrador (fpb)

- Indica o valor médio da corrente que o atravessa.

- Se o sinal tiver valor médio nulo o motor não apresenta deflexão: solução alterar o sinal de modo a que o seu valor médio seja não nulo.

- Uma possibilidade: **Rectificação de Meia-Onda**



$$\boxed{v(t) = V_P \sin(\omega t)}$$

Se o díodo é ideal...

$$\boxed{i(t) = \frac{V_P}{R + R_A} \sin(\omega t)}$$

para a alternância positiva...

O valor médio da corrente é:

$$\boxed{I_o = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} i(t)dt = \frac{I_P}{\pi}}$$

onde

$$\boxed{I_P = \frac{V_P}{R+R_A}}$$

Relação entre o valor de pico da tensão e a corrente média...

$$\boxed{V_P = \left(R+R_A\right)I_P = \pi\left(R+R_A\right)I_0}$$

O valor eficaz de um sinal sinusoidal está relacionado com o valor de pico por...

$$\boxed{V_{ef} = \frac{V_P}{\sqrt{2}}}$$

o que leva a:

$$\boxed{V_{ef} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}\left(R+R_A\right)I_0}$$

- Esta relação permite graduar a escala do voltímetro!

- Esta relação é apenas aproximada dada a não linearidade do díodo

Outras desvantagens:

-Escala não linear em torno de valore de tensão baixos

- Como a corrente reversa não é nula, o valor médio efectivo será ligeiramente inferior

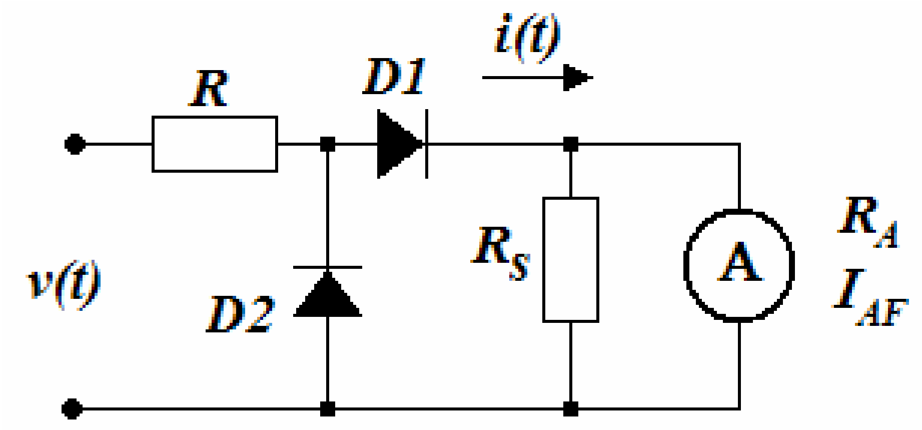
- A frequência do sinal afectam o funcionamento do circuito (não só o uA como o Díodo: tende a comportar-se como um curto às altas frequências)

-Impedância de entrada inconstante:

  -R+Ra no semi-ciclo positivo

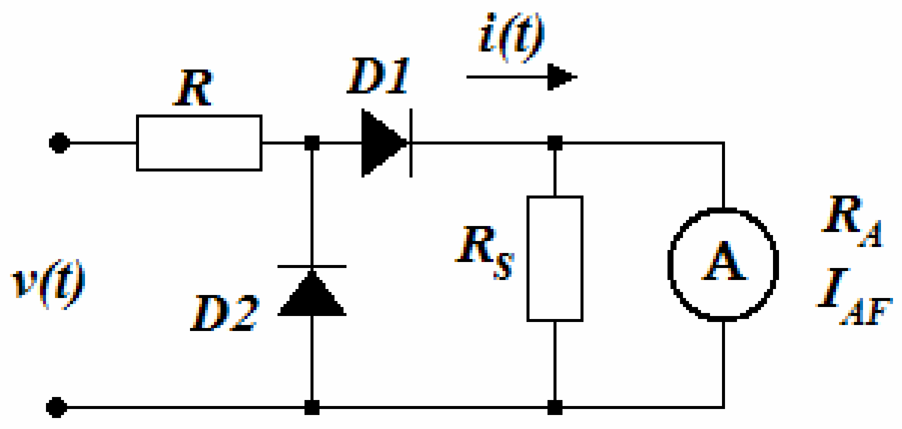
  - ~Rd(inversa) no semi-ciclo negativo

ALTERNATIVA:



Rs – serve para definir um ponto de funcionamento para D1

Maior constância da resistência interna...



$$R_{in} \approx R + (R_A // R_S)$$

$$R_{in} \approx R$$

Normalmente Ra//Rs<<R logo Rin~Ra

A resistência interna pode ser expressa a partir da Sensibilidade AC

$$R_{in} = S_{AC} \cdot V_{ef}$$

Onde

$$S_{AC} = \frac{0.45}{I_{D1}} = 0.45 \cdot S_{DC}$$

Exemplo de Aplicação

- Determinar a lei de graduação

- Determinar a sensibilidade