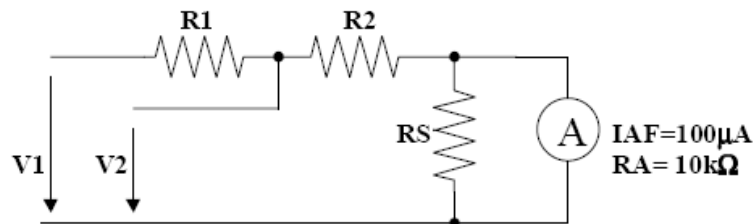


Antes de começar o exame leia atentamente as seguintes instruções:

- Para além da calculadora, só é permitido ter em cima da mesa de exame, os enunciados e folhas entregues pelo docente.
- Identifique, de forma legível, o cabeçalho de todas as folhas de exame que entregar. A identificação imprópria de uma folha de exame implica a sua inutilização.
- A cotação das perguntas encontra-se indicada, no fim das mesmas, entre parêntesis rectos.
- O aluno detectado a plagiar verá o seu exame anulado e poderá incorrer em processo disciplinar.

Duração da prova: 1 hora e 1/2.

- 1) Considere o voltímetro DC da figura. Pretende-se que o voltímetro tenha uma sensibilidade de $5\text{k}\Omega/\text{V}$, com escalas de 5V e 10V.



- Projecte o voltímetro determinando os valores dos componentes R_1 , R_2 e R_s . [5 valores]
- Este voltímetro foi utilizado para medir uma fonte de tensão DC. O valor lido no voltímetro foi de 4.8V. Qual é a escala mais adequada para medir este valor? Justifique. [2 valores]
- Sabendo-se que o voltímetro, após testes, é de índice de classe 1 e que a fonte de tensão da alínea anterior tem uma resistência interna de $20\text{k}\Omega$, determine o intervalo de valores onde se encontra o real valor da tensão da fonte em aberto nas condições indicadas e determinadas na alínea b). [4 valores]

Resolução:

a)

Começa-se por obter as equações de operação para cada escala. Para V_1 (escala de 10 V) têm-se:

$$V_1 = (R_1 + R_2)I + R_A \cdot I_A$$

Onde I se refere à corrente que circula no ramo das resistências R_1 e R_2 e I_A a corrente que passa no microamperímetro. A corrente I pode ser relacionada com a corrente I_A por:

$$I = \left(\frac{R_A + R_S}{R_S} \right) I_A$$

O mesmo pode ser dito a respeito da escala de 5V. Neste caso,

$$V_2 = R_2 \cdot I + R_A \cdot I_A$$

Onde, mais uma vez,

$$I = \left(\frac{R_A + R_S}{R_S} \right) I_A$$

Quando a tensão aplicada à entrada do voltímetro, para cada uma das escalas, for o valor de fim-de-escala então a corrente que deve atravessar o microamperímetro também deve ser a corrente de fim-de-escala. Assim sendo obtém-se:

$$\begin{aligned} 10 &= (R_1 + R_2) \left(\frac{R_A + R_S}{R_S} \right) 100 \times 10^{-6} + R_A \cdot 100 \times 10^{-6} \\ 5 &= R_2 \left(\frac{R_A + R_S}{R_S} \right) 100 \times 10^{-6} + R_A \cdot 100 \times 10^{-6} \end{aligned} \quad (1)$$

Tendo três incógnitas, R_1 , R_2 e R_S , é necessária uma terceira equação. Essa última é obtida da informação acerca da sensibilidade do aparelho. Como se sabe a sensibilidade é independente da escala e é igual a:

$$S = \frac{R_{in}}{V_{FE}}$$

Onde R_{in} se refere à resistência de entrada do aparelho para a escala cujo valor limite é V_{FE} . Por exemplo para a escala de 5V a resistência interna é:

$$R_{in} = S \cdot V_{FE} = 5000 \times 5 = 25 K\Omega$$

Para a mesma escala a resistência interna é dada por:

$$R_{in} = R_2 + R_S // R_A = R_2 + \frac{R_S R_A}{R_S + R_A}$$

Ou seja,

$$25 \times 10^3 = R_2 + \frac{R_S R_A}{R_S + R_A}$$

Exprimindo a equação anterior em ordem a R_2 e substituindo em (1) obtém-se

$$\begin{aligned} R_2 &= 25 \times 10^3 - \frac{R_S R_A}{R_S + R_A} \\ 5 &= \left(25 \times 10^3 - \frac{R_S R_A}{R_S + R_A} \right) \left(\frac{R_A + R_S}{R_S} \right) 100 \times 10^{-6} + R_A \cdot 100 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

Resolvendo em ordem a R_S obtém-se:

$$5 = 25 \times 10^3 \frac{R_A + R_S}{R_S} 100 \times 10^{-6} - \frac{R_S R_A}{R_S + R_A} \frac{R_A + R_S}{R_S} 100 \times 10^{-6} + R_A \cdot 100 \times 10^{-6}$$

$$R_S = R_A = 10K\Omega$$

Substituindo este resultado em (1) e resolvendo em ordem a R2 obtém-se:

$$R_2 = \frac{4}{200 \times 10^{-6}} = 20K\Omega$$

O valor de R1 é por isso,

$$10 = (R_1 + 20 \times 10^3) 200 \times 10^{-6} + 1$$

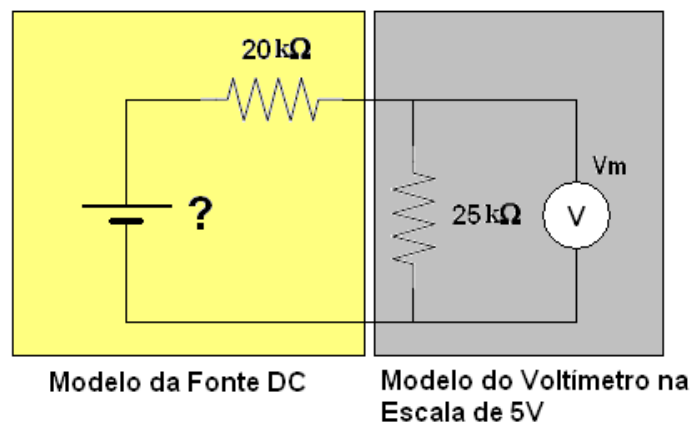
$$R_1 = \frac{9}{200 \times 10^{-6}} - 20 \times 10^3 = 25K\Omega$$

b)

Ler acetatos

c)

O circuito equivalente de que fala o exercício tem o seguinte aspecto:



A tensão medida pelo aparelho é, efectivamente, o valor da queda de tensão na resistência de 25KΩ. Se o erro de medida do aparelho fosse nulo então o valor real da tensão da fonte DC seria:

$$V_{DC} = \frac{45}{25} \cdot 4.8 = 8.64V$$

No entanto o voltímetro não é ideal. Pertence à classe 1 o que significa que possui, como majorante do erro relativo,

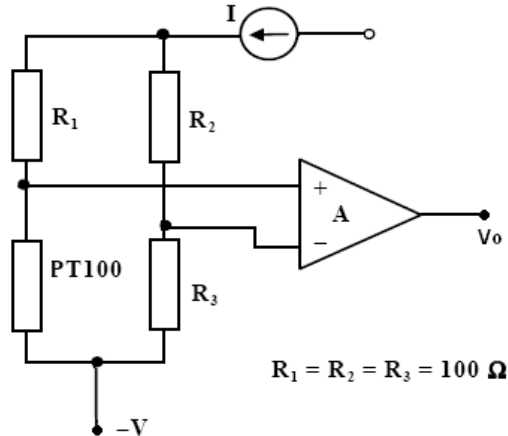
$$\varepsilon_{\max} = ic \cdot \frac{V_{fe}}{V_m} = \frac{5}{4.8} = 1.04\%$$

Ou então,

$$\delta_{\max} = ic \cdot \frac{V_{fe}}{100} = 0.05V$$

O que significa que o valor real medido pelo voltímetro se situa entre 4.75 V e 4.85V. O que leva a que o valor real da fonte esteja entre 8.55V e 8.73V

2) Considere o sistema de medição de temperatura entre 0°C e 200°C representado a seguir.



O transdutor é um PT100 de resistência variável com a temperatura, dada por:

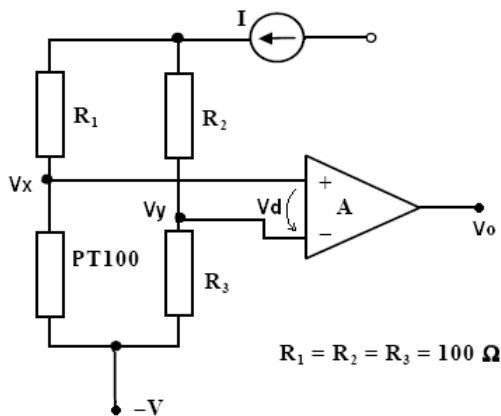
$$R_{PT} = 100 + \alpha T$$

onde T se refere à temperatura em graus centígrados, a sensibilidade $\alpha = 0,4 \Omega/^\circ\text{C}$

- Determine a expressão da tensão diferencial, função da corrente I e da temperatura T , e o seu valor para a temperatura máxima de 200 °C. [4 valores]
- Para uma fonte de corrente com $I = 10 \text{ mA}$ e sabendo que a gama de saída do amplificador é de 0 V a 5 V, determine o ganho do amplificador. [2 valores]

Resolução:

a)



Admite-se que a impedância de entrada do amplificador é infinita. Neste caso,

$$I = I_X + I_Y$$

Onde

$$I_X = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_{PT}} I \text{ e } I_Y = \frac{R_1 + R_{PT}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_{PT}} I$$

Como,

$$V_X + V = R_{PT} I_X \text{ e } V_Y + V = R_3 I_Y$$

Obtém-se:

$$V_D = V_X - V_Y = R_{PT}I_X - R_3I_Y$$

$$V_D = \frac{R_{PT}(R_2 + R_3) - R_3(R_1 + R_{PT})}{R_1 + R_2 + R_3 + R_{PT}} I = \frac{R_{PT}R_2 - R_3R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_{PT}} I$$

Visto que,

$$R_{PT} = 100 + 0.4T$$

e que $R_1=R_2=R_3=100\Omega$ obtém-se:

$$V_D = 100I \frac{R_{PT} - 100}{300 + R_{PT}} = 40I \frac{T}{400 + 0.4T}$$

Para $T=200^\circ\text{C}$,

$$V_D = 40I \frac{200}{400 + 0.4 \cdot 200} = 16.67I$$

b)

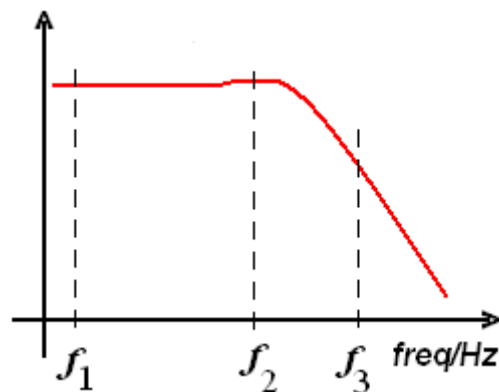
Se $I=10\text{mA}$ então, para $T=200^\circ\text{C}$,

$$\text{Então } V_D = 0.167V$$

Para que a tensão à saída do amplificador seja 5V é necessário que o seu ganho seja,

$$A = \frac{5}{0.167} = 30$$

- 3) A figura que segue apresenta a resposta em frequência de um galvanómetro de quadro móvel. Imagine que pretende utilizar esse elemento na concepção de um voltímetro AC. Diga, justificando convenientemente, para qual das frequências f_1 , f_2 ou f_3 o aparelho estará habilitado a fazer medições. [3 valores]



Resolução:

Um voltímetro AC baseado no valor médio requer que o microamperímetro se comporte como um integrador para a frequência do sinal de corrente aplicado ao aparelho. Na figura apenas o sinal com a frequência f_3 estará em condições de ser correctamente medido.

FORMULÁRIO:

Erros de Medida

- Erro de Medida

$$\Delta x = x_{\text{Real}} - x_{\text{Medido}}$$

- Valor Absoluto do Erro

$$\delta x = |\Delta x| = |x_{\text{Real}} - x_{\text{Medido}}|$$

- Erro Relativo

$$\varepsilon_x = \delta x / |x_{\text{Real}}| \approx \delta x / |x_{\text{Medido}}|$$

- Se x é uma grandeza função de n grandezas parciais y_1, y_2, \dots, y_n com erros de medida $\varepsilon_{y_1}, \varepsilon_{y_2}, \dots, \varepsilon_{y_n}$ respectivamente, o erro relativo majorado de x é dado por:

$$\varepsilon_x \leq \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f(y_1, \dots, y_n)}{\partial y_i} \cdot \frac{y_i}{f(y_1, \dots, y_n)} \right| \cdot \varepsilon_{y_i}$$

Estatística da Medida

- Média Aritmética

$$\mu = \sum_{i=1}^n x_i / n$$

- Desvio Médio Absoluto

$$\delta = \sum_{i=1}^n |x_i - \mu| / n = \mu \cdot \varepsilon$$

- Desvio Padrão

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 / n}$$

Exactidão na Instrumentação Analógica

- Erro Absoluto Máximo

$$\delta_{\text{max}} = ic \cdot V_{fe} / 100$$

- Erro Relativo Máximo

$$\varepsilon_{\text{max}} = ic \cdot V_{fe} / V_m$$

Exactidão na Instrumentação Digital

- Especificação da Exactidão

$$\pm [\varepsilon_{in} + n \text{LSD}]$$

- Erro Relativo Máximo

$$\varepsilon_{\text{max}} = \varepsilon_{in} + \frac{n \times \text{Resolução}}{V_m} \times 100$$

- Erro Absoluto Máximo

$$\delta_{\text{max}} = \frac{V_m \cdot \varepsilon_{\text{max}}}{100} = \frac{\varepsilon_{in} V_m}{100} + n \times \text{Resolução}$$

Sinal

- Valor Médio

$$V_o = \frac{1}{T} \int_T v(t) dt$$

- Valor Eficaz

$$V_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_T v^2(t) dt$$

- Factor de Crista

$$FC = \frac{V_p}{V_{RMS}}$$

Medida de Grandezas Eléctricas

- Sensibilidade

$$S = \frac{R_{in}}{V_{FE}}$$

$$S_{AC} = \frac{R_{in}}{V_{RMS}}$$

- Deflexão

$$D = \frac{I_{in}}{I_{AF}}$$