

Antes de começar o exame leia atentamente as seguintes instruções:

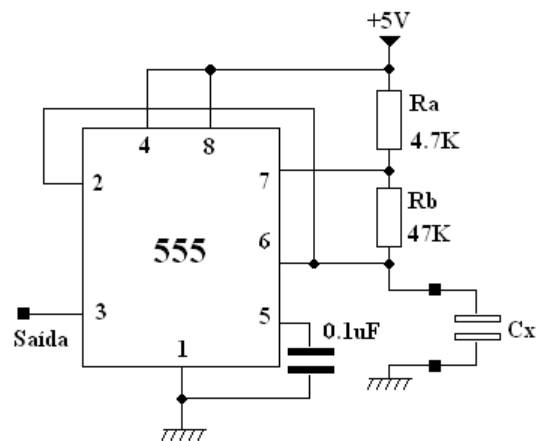
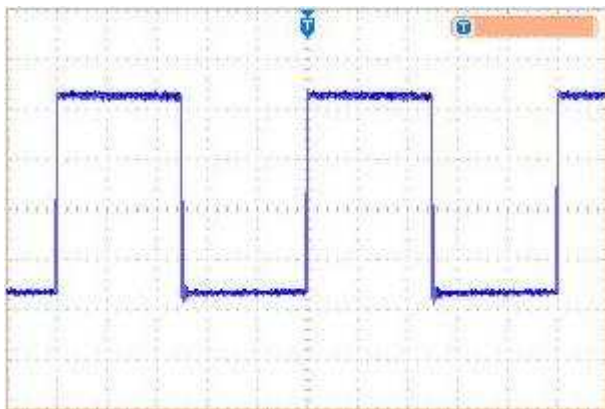
- Para além da calculadora, só é permitido ter em cima da mesa de exame, os enunciados e folhas entregues pelo docente.
- Identifique, de forma legível, o cabeçalho de todas as folhas de exame que entregar. A identificação imprópria de uma folha de exame implica a sua inutilização.
- A cotação das perguntas encontra-se indicada, no fim das mesmas, entre parêntesis rectos.
- O aluno detectado a plagiar verá o seu exame anulado e poderá incorrer em processo disciplinar.

Duração da prova: 1 hora e 1/2.

1) O seguinte circuito é utilizado para medir, de forma indirecta, a capacidade de um condensador (C_x).

O circuito integrado 555, montado como multivibrador a estável, fornece um sinal digital cuja frequência é dada pela seguinte expressão:

$$f = \frac{1.44}{(R_a + 2R_b) \cdot C_x}$$



a) Suponha que o sinal de saída é apresentado num osciloscópio tendo o aspecto ilustrado pela forma de onda à esquerda. Sabendo que a base de tempo do osciloscópio é igual a $200 \mu\text{s}/\text{div}$ qual o valor estimado para o condensador C_x ? [2 valores]

b) Admitindo que a tolerância das resistências R_a e R_b é igual a 5% e que a

frequência do sinal é medida por um frequencímetro com incerteza máxima igual a 0.1% determine o majorante para o erro de medida do capacitmetro. [4 valores]

Resolução:

a) O valor do condensador é dado pela fórmula:

$$f = \frac{1.44}{(Ra + 2Rb) \cdot Cx}$$

Resolvendo em ordem a Cx obtém-se:

$$Cx = \frac{1.44 \cdot T}{(Ra + 2Rb)}$$

Onde $Ra = 4700$, $Rb = 47000$ e o período T é derivado da figura anterior e igual a $T = 5 \times 200 \times 10^{-6}$ s. Deste modo o valor estimado da capacidade para Cx é:

$$Cx = \frac{1.44 \cdot 5 \times 200 \times 10^{-6}}{(4700 + 2 \cdot 47000)} = 14.56 \text{ nF}$$

b) Como a medida é tomada de forma indirecta a partir do conhecimento de valores terceiros aplica-se a fórmula fundamental da propagação dos erros de forma a obter uma estimativa do majorante do erro de medida. Assim sendo, as derivadas parciais de Cx em ordem a cada uma das variáveis independentes têm a seguinte forma:

$\frac{\partial Cx}{\partial f} = -\frac{1.44}{(Ra + 2Rb) \cdot f^2}$	$\frac{\partial Cx}{\partial Ra} = -\frac{1.44}{(Ra + 2Rb)^2 \cdot f}$	$\frac{\partial Cx}{\partial Rb} = -\frac{2.88}{(Ra + 2Rb)^2 \cdot f}$
---	--	--

O que leva à:

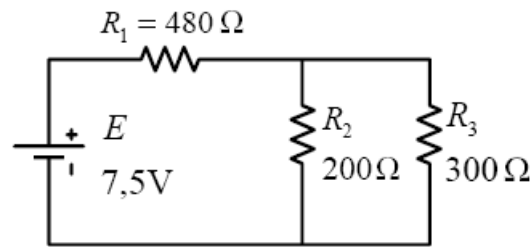
$$\varepsilon_{Cx} \leq \left| \frac{\partial Cx}{\partial f} \cdot \frac{f}{Cx} \right| \varepsilon_f + \left| \frac{\partial Cx}{\partial Ra} \cdot \frac{Ra}{Cx} \right| \varepsilon_{Ra} + \left| \frac{\partial Cx}{\partial Rb} \cdot \frac{Rb}{Cx} \right| \varepsilon_{Rb}$$

$$\varepsilon_{Cx} \leq \left| -\frac{1.44}{(Ra + 2Rb) f^2} \cdot \frac{f}{\frac{1.44}{(Ra + 2Rb) f}} \right| \varepsilon_f + \left| -\frac{1.44}{(Ra + 2Rb)^2 \cdot f} \cdot \frac{Ra}{\frac{1.44}{(Ra + 2Rb) f}} \right| \varepsilon_{Ra} + \left| -\frac{2.88}{(Ra + 2Rb)^2 \cdot f} \cdot \frac{Rb}{\frac{1.44}{(Ra + 2Rb) f}} \right| \varepsilon_{Rb}$$

$$\varepsilon_{Cx} \leq \varepsilon_f + \frac{Ra}{(Ra + 2Rb)} \varepsilon_{Ra} + \frac{2Rb}{(Ra + 2Rb)} \varepsilon_{Rb}$$

Como $\varepsilon_{Ra} = \varepsilon_{Rb} = 5\%$ obtém-se $\varepsilon_{Cx} \leq \varepsilon_f + \varepsilon_{Ra}$ ou seja $\varepsilon_{Cx} \leq 5.1\%$

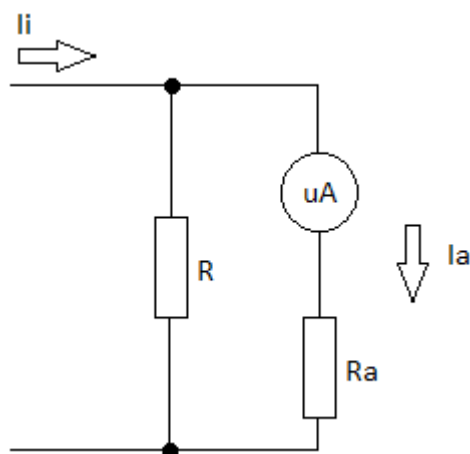
- 2) Considere o circuito representado em baixo onde se pretende medir a intensidade da corrente no ramo R3. Para isso dispõe-se de um amperímetro DC com fim de escala de 10mA e índice de classe igual a 1.



- a) Sabendo que o amperímetro descrito utiliza um elemento motor electromagnético de $100\mu\text{A}$ de fim de escala e com $1\text{ K}\Omega$ de resistência interna, desenhe o seu circuito interno, dimensionando-o convenientemente. Indique também a resistência interna total do amperímetro. [4 valores]
- b) Calcule o valor medido com o amperímetro indicado e o erro relativo máximo total associado à medição. [2 valores]

Resolução:

- a) O que efectivamente se pretende é ampliar a gama de medida do microamperímetro: ou seja transformar o dispositivo com corrente de fim-de-escala igual a $100\mu\text{A}$ num instrumento alternativo com corrente de fim-de-escala igual a 10mA . A forma simples de efectuar esta operação passa pelo dimensionamento de um simples divisor de corrente. O circuito pedido terá o seguinte aspecto:



O valor de R será calculado da seguinte forma:

$$I_a = \frac{R}{R + R_a} I_i$$

Quando a corrente de entrada I_i for igual a 10mA a corrente que deve passar no ramo do microamperímetro deverá ser $100\ \mu\text{A}$. Assim,

$$R = \frac{R_a \cdot I_a}{I_i - I_a} = \frac{1000 \times 100 \times 10^{-6}}{10 \times 10^{-3} - 100 \times 10^{-6}} = 10.1\ \Omega$$

b) O valor da corrente, que passa pelo ramo da resistência R_3 , medido pelo aparelho é:

$$I_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_T} \cdot \frac{E}{R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_T)} \quad \text{onde} \quad R_T = \frac{10.1 \times 1000}{1010.1} \approx 10\ \Omega \quad \text{se refere à}$$

resistência interna do amperímetro. Assim,

$$I_3 = \frac{200}{510} \cdot \frac{7.5}{480 + 121.6} = 4.89\text{mA}$$

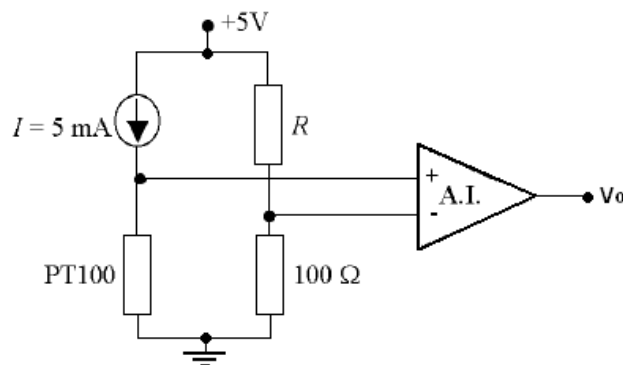
O erro máximo cometido na medição é:

$$\varepsilon_{MAX} = ic \frac{V_{FE}}{V_m} = 1 \frac{10 \times 10^{-3}}{4.89 \times 10^{-3}} \approx 2\%$$

- 3) Considere a cadeia de medição de temperatura figurada a seguir em que o transdutor é um PT100, cuja resistência varia com a temperatura de acordo com:

$$R_{PT} = 100 + \alpha T$$

onde T se refere à temperatura em graus centígrados, a sensibilidade $\alpha = 0,4\ \Omega/^\circ\text{C}$



- a) A sensibilidade do PT100 é, neste caso, igual a $0,4\ \Omega/^\circ\text{C}$. Diga o que entende por sensibilidade e refira mais três características estáticas que podem caracterizar um sensor. [2 valores]
- b) Um PT100 refere-se a que tipo de sensor? Termistor, resistência dependente da temperatura ou termopar? O que representa a sigla PT100? [2 valores]
- c) Determine a tensão de saída V_o em função da temperatura. (admita que o amplificador possui um ganho genérico G) [4 valores]

Resolução:

- a) A resposta encontra-se nos acetatos Parte I pag. 14, 15 e 16.
- b) O PT100 diz respeito a um RDT ou seja resistência dependente da temperatura. Foi um dos sensores estudados durante o curso e deve o seu nome ao facto de ser construído com platina (símbolo químico Pt) e fornecer uma resistência igual a 100Ω aos 0° centígrados.
- c) Admitindo infinita a impedância de entrada do amplificador de instrumentação, a tensão $V_o = G(V_1 - V_2)$ onde V_1 se refere à queda de tensão aos terminais da PT100 e V_2 o potencial no ponto central da montagem potenciométrica. Devido à fonte de corrente constante, e dado que a corrente de bias do amplificador é nula (devido à suposição inicial), tem-se:

$$V_1 = R_{PT} \times 5 \times 10^{-3} = 0.5 + T \times 2 \times 10^{-3}$$

O valor de V_2 é igual a:

$$V_2 = \frac{100}{100 + R} \times 5$$

Admitindo que a ponte deve estar em equilíbrio à temperatura de $0^\circ C$ então

$$\frac{100}{100 + R} \times 5 = 0.5 + 0 \times 2 \times 10^{-3} \text{ ou seja } R = 900 \Omega.$$

Deste modo obtém-se:

$$V_o = 2 \times 10^{-3} TG$$
