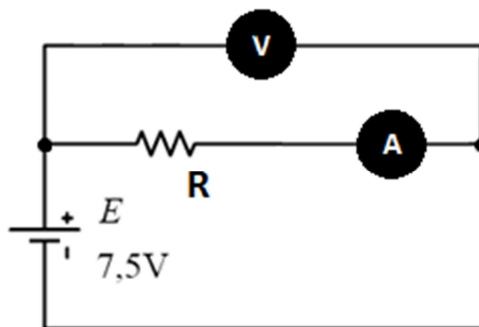


Antes de começar o exame leia atentamente as seguintes instruções:

- Para além da calculadora, só é permitido ter em cima da mesa de exame, os enunciados e folhas entregues pelo docente.
- Identifique, de forma legível, o cabeçalho de todas as folhas de exame que entregar. A identificação imprópria de uma folha de exame implica a sua inutilização.
- A cotação das perguntas encontra-se indicada, no fim das mesmas, entre parêntesis rectos.
- O aluno detectado a plagiar verá o seu exame anulado e poderá incorrer em processo disciplinar.
- A primeira questão pode ser seleccionada de ente duas possíveis opções.

Duração da prova: 1 hora e 1/2.

- 1) **OPÇÃO A.** O seguinte circuito é utilizado para medir, de forma indirecta, o valor de uma resistência desconhecida R .



Um voltímetro analógico mede a queda de tensão aos terminais da bateria e um amperímetro, também analógico, mede a corrente no ramo onde se encontra conectado. Se U_m for a tensão medida pelo voltímetro e I_m for o valor de corrente indicado pelo amperímetro, o valor da resistência desconhecida é calculada por:

$$R = \frac{U_m}{I_m}$$

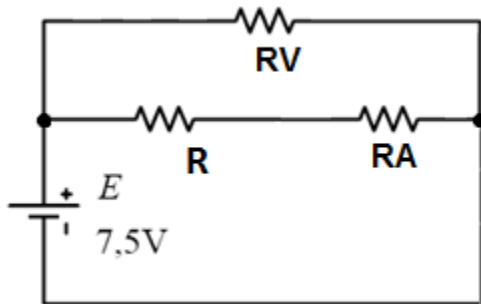
- a) Considere que a resistência interna do voltímetro é $100\text{ K}\Omega$ e a resistência interna do amperímetro é igual a 10Ω . Admita ainda que os valores medidos pelos aparelhos foram os seguintes: $U_m = 7.48\text{V}$ e $I_m = 2\text{mA}$. Determine o valor real e o valor estimado (a partir das medições) para resistência R . Qual o valor do erro relativo? [4 valores]

Resolução:

O valor estimado é muito simples: conhecendo os valores de tensão e corrente indicados pelos dois aparelhos, atendendo à expressão dada no enunciado obtém-se:

$$R = \frac{7.48}{2 \times 10^{-3}} = 3740 \Omega$$

No entanto este valor admite os aparelhos de medida como ideais. Vamos agora determinar o efeito de carga desses aparelhos no circuito:



A corrente eléctrica medida pelo amperímetro consiste na corrente que passa pela série da resistência desconhecida R com a resistência do amperímetro. Deste modo,

$$R + R_A = \frac{7.48}{2 \times 10^{-3}} = 3740 \Omega$$

Como $R_A = 10 \Omega$

$$R = 3730 \Omega$$

E o erro relativo é:

$$\varepsilon_R = \frac{10}{3730} \times 100 = 0.23\%$$

- b)** Considerando que tanto o voltímetro como o amperímetro são de classe 1 e que os valores $U_m = 7.48V$ e $I_m = 2.6mA$ foram obtidos com os aparelhos nas escalas 10V e 10 mA respectivamente. Determine o majorante do erro de medida para R considerando apenas as leituras. [4 valores]

Resolução:

Como o valor da resistência é obtido indirectamente através de duas medidas cada uma delas com incerteza associada, vamos recorrer à fórmula fundamental da propagação dos erros para estimar um majorante para o erro relativo na medida da resistência.

$$R = \frac{U_m}{I_m} = \frac{7.48}{2.6 \times 10^{-3}} \approx 2877 \Omega$$

$$\varepsilon_R \leq \left| \frac{\partial R}{\partial U_m} \cdot \frac{U_m}{R} \right| \varepsilon_{U_m} + \left| \frac{\partial R}{\partial I_m} \cdot \frac{I_m}{R} \right| \varepsilon_{I_m}$$

Calculando as derivadas parciais e substituindo na expressão anterior obtém-se:

$$\varepsilon_R \leq \varepsilon_{U_m} + \varepsilon_{I_m}$$

O erro relativo associado à medida da tensão e corrente eléctrica é dado por:

$$\varepsilon_{\max} = ic \cdot \frac{V_{fe}}{V_m}$$

Para o voltímetro esse valor é:

$$\varepsilon_{U_m} = 1 \frac{10}{7.48} \approx 1.34\%$$

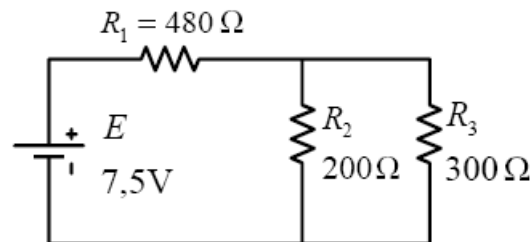
E para o amperímetro,

$$\varepsilon_{I_m} = ic \cdot \frac{10 \times 10^{-3}}{2.6 \times 10^{-3}} \approx 3.85\%$$

Por isso,

$$\varepsilon_R \leq 5.19\%$$

- 1) **OPÇÃO B.** Considere o circuito representado em baixo onde se pretende medir a intensidade da corrente no ramo de R_3 . Para isso dispõe-se de um amperímetro DC com fim de escala de 10mA e índice de classe igual a 1.

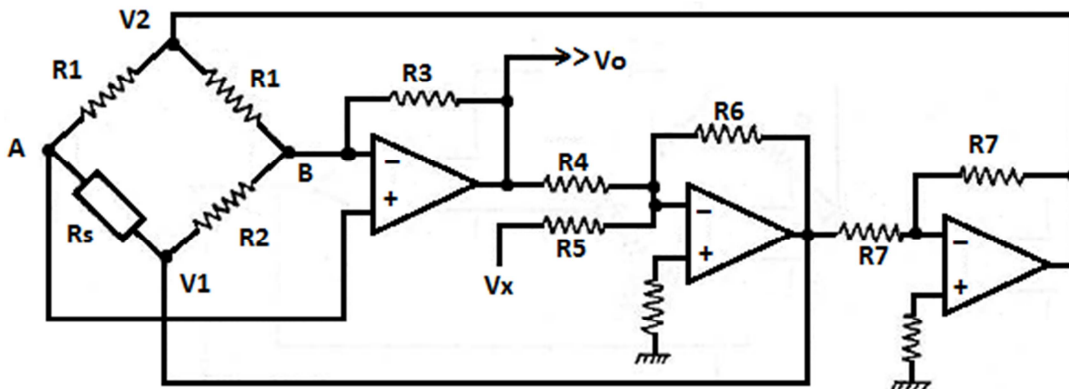


- a) Sabendo que o amperímetro descrito utiliza um elemento motor electromagnético de $100\mu\text{A}$ de fim de escala e com $1\text{ K}\Omega$ de resistência interna, desenhe o seu circuito interno, dimensionando-o convenientemente. Indique também a resistência interna total do amperímetro. [4 valores]
- b) Calcule o valor medido com o amperímetro indicado e o erro relativo máximo total associado à medição. [4 valores]

Resolução:

Ver resolução do exercício 2, exame de primeira chamada, do ano lectivo 2011/2012 😊

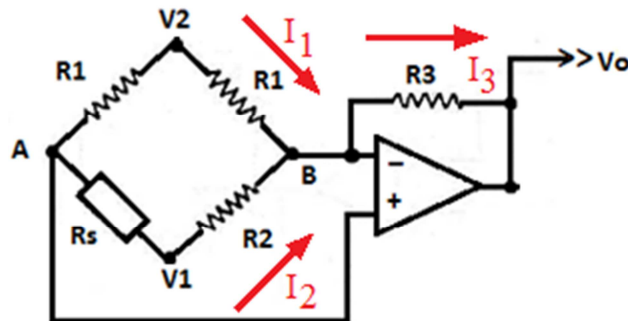
- 2) Considere o seguinte circuito de condicionamento de sinal:



Obtenha a função de transferência do circuito $V_o = f(R_s)$ [5 valores]

Resolução:

Efectivamente o circuito de condicionamento anterior resume-se a um amplificador somador onde as tensões de entrada V_1 e V_2 são obtidas por reacção de um circuito complementar ao valor V_o . Assim comecemos por considerar apenas a primeira parte. Para isso observe-se o seguinte circuito:



Admitindo ideal o amplificador de instrumentação verifica-se a seguinte igualdade:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

e logo,

$$\frac{V_2 - V_B}{R_1} + \frac{V_1 - V_B}{R_2} = \frac{V_B - V_O}{R_3}$$

Ou seja,

$$\frac{V_O}{R_3} = V_B \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \frac{V_2}{R_1} - \frac{V_1}{R_2}$$

Por facilidade de notação vamos considerar a resistência equivalente ao paralelo de R_1 , R_2 e R_3 por:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

E logo,

$$\frac{V_O}{R_3} = \frac{V_B}{R_{eq}} - \frac{V_2}{R_1} - \frac{V_1}{R_2}$$

Pelo conceito de terra virtual,

$$V_B = V_A \quad e \quad V_A = \frac{V_2 R_s + V_1 R_1}{R_1 + R_s}$$

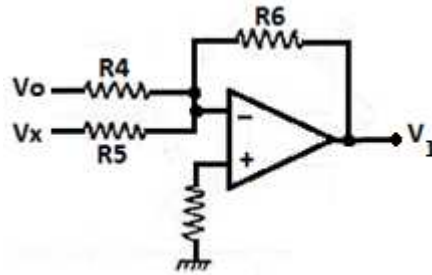
Substituindo esta última igualdade na expressão anterior obtém-se,

$$\frac{V_O}{R_3} = \frac{V_2 R_s}{R_{eq} (R_1 + R_s)} + \frac{V_1 R_1}{R_{eq} (R_1 + R_s)} - \frac{V_2}{R_1} - \frac{V_1}{R_2}$$

e após um ou dois passos algébricos:

$$V_o = V_2 \left(\frac{R_3 R_s}{R_{eq} (R_1 + R_s)} - \frac{R_3}{R_1} \right) + V_1 \left(\frac{R_3 R_1}{R_{eq} (R_1 + R_s)} - \frac{R_3}{R_2} \right)$$

Falta obter as expressões para V_1 e V_2 . Para o primeiro caso o circuito tem o seguinte aspecto:

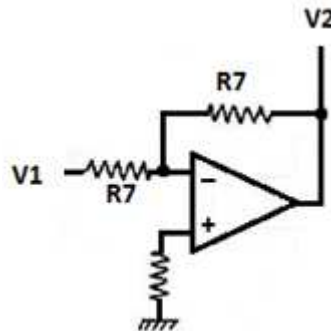


$$\frac{V_o}{R_4} + \frac{V_x}{R_5} = -\frac{V_1}{R_6}$$

Ou seja,

$$V_1 = -\frac{R_6}{R_4} V_o - \frac{R_6}{R_5} V_x = -\left(\frac{R_6}{R_4} V_o + \frac{R_6}{R_5} V_x \right)$$

Agora para V_2 ,



$$V_2 = -\frac{R_7}{R_7} V_1 = -V_1$$

Substituindo V_1 e V_2 em V_o fica,

$$\begin{aligned} V_o &= -V_1 \left(\frac{R_3 R_s}{R_{eq} (R_1 + R_s)} - \frac{R_3}{R_1} - \frac{R_3 R_1}{R_{eq} (R_1 + R_s)} + \frac{R_3}{R_2} \right) \\ &= \left(\frac{R_6}{R_4} V_o + \frac{R_6}{R_5} V_x \right) \left(\frac{R_3 (R_s - R_1)}{R_{eq} (R_1 + R_s)} - \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} \right) \end{aligned}$$

E finalmente,

$$V_o = V_x \frac{\frac{R_6}{R_5} \left(\frac{R_3 (R_s - R_1)}{R_{eq} (R_1 + R_s)} - \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} \right)}{1 - \frac{R_6}{R_4} \left(\frac{R_3 (R_s - R_1)}{R_{eq} (R_1 + R_s)} - \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} \right)}$$

3) Responda às seguintes questões:

- a) Qual a diferença entre um sensor activo e um sensor passivos. Dê alguns exemplos de sensores para ambos os casos? [2 valores]

Resolução:

Ver acetatos das aulas...

- b) Quais as vantagens e desvantagens do sensor de temperatura NTC? [2 valor]

Resolução:

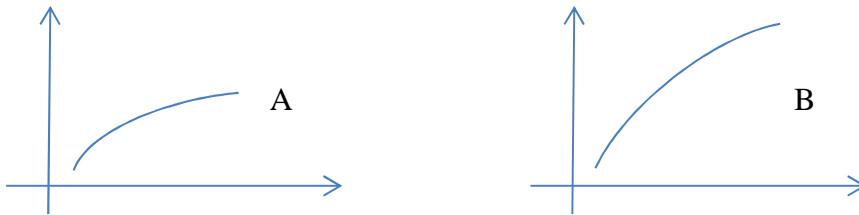
Ver acetatos das aulas...

- c) Imagine dois sensores A e B. O sensor A tem um constante de tempo duas vezes superior à do sensor B. Qual dos dois possui maior largura de banda? Justifique. [2 valores]

Resolução:

Como a contante de tempo predominante é inversamente proporcional à largura de banda logo o sensor B é mais rápido que o sensor A o que implica maior largura de banda.

- d) A seguir mostra-se a curva característica de dois sensores (entrada nas abcissas). Indique qual o sensor com a maior sensibilidade. Justifique. [1 valor]



Resolução:

Ambas as curvas de calibração referem-se a sensores não-lineares. Por isso a sensibilidade não é constante em toda a sua gama dinâmica de medida. No entanto é fácil de observar que, em média, a inclinação da recta tangente à curva de calibração do sensor B é maior do que a mesma figura de mérito aplicada ao sensor A. Por isso pode-se dizer que, de uma maneira geral, a sensibilidade do sensor B é superiora à do sensor A.