Instrumentação Eletrónica e Medidas

Licenciatura em Engenharia Eletrotécnica

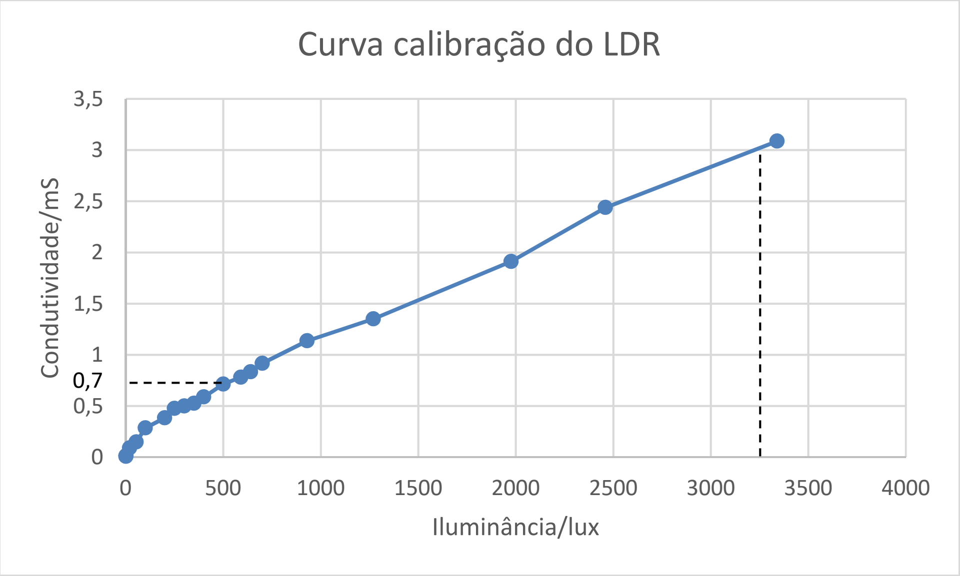
Exame (1ª Chamada) – 15 de junho de 2018

Antes de começar o exame leia atentamente as seguintes instruções:

- **Para além da calculadora, só é permitido ter em cima da mesa de exame, os enunciados e folhas entregues pelo docente.**
- **A cotação das perguntas encontra-se indicada, no fim das mesmas, entre parêntesis retos.**
- **O aluno detetado a plagiar verá o seu exame anulado e poderá incorrer em processo disciplinar.**

Duração da prova: 1 hora e 1/2.

1) Num LDR, a relação entre a iluminância, medida em lux, e a condutância, medida em siemens, é dada pela seguinte curva de calibração:



a) Considerando linear o comportamento do LDR para iluminâncias entre 500 e 3250 lux, obtenha uma equação que relacione o valor da condutância com a iluminância. **[3 valores]**

R:

Se **C** for a condutividade, expressa em mS, e Φ for a iluminância em lux, então:

$$C = m(\Phi - 500) + 0.7$$

Onde m se refere à inclinação da reta. Neste caso,

$$m = \frac{3-0.7}{3250-500} \approx \frac{1}{1196}$$

O que leva a que,

$$C \approx \frac{1}{1196}\Phi + 0.282$$

b) Na sua opinião o coeficiente de condutividade é positivo ou negativo? Qual o valor da sensibilidade do sensor à iluminância? Justifique as suas respostas convenientemente. **[3 valores]**

R:

O coeficiente de condutividade é positivo dado que um aumento da iluminância resulta num aumento do valor da condutividade. Neste caso o valor da sensibilidade do sensor (S), dentro da gama referida no exercício anterior, é igual à inclinação da curva de calibração. Ou seja,

$$S = \frac{1}{1196} mS / lux$$

c) Um circuito de condicionamento de sinal para este LDR converte variações de resistência, devido a variações na iluminância, num sinal digital cuja frequência se encontra relacionada com a iluminância pela seguinte expressão:

$$\Phi = \frac{\log(f)}{R_1 C + R_2}$$

Onde $R_1=10k\Omega$, $R_2=20k\Omega$ e $C=100nF$ se referem a componentes eletrónicos usados na polarização do circuito. Determine a expressão que permite o cálculo do majorante para o erro relativo deste sistema de medida, em função do valor da frequência, considerando que a incerteza na medição da frequência é 10%, a tolerância das resistências é 5% e do condensador de 20%. **[4 valores]**

R:

Aplicando a fórmula fundamental da propagação dos erros fica:

$$\varepsilon_\Phi = \left|\frac{\partial\Phi}{\partial f}\frac{f}{\Phi}\right|\varepsilon_f + \left|\frac{\partial\Phi}{\partial C}\frac{C}{\Phi}\right|\varepsilon_C + \left|\frac{\partial\Phi}{\partial R_1}\frac{R_1}{\Phi}\right|\varepsilon_{R_1} + \left|\frac{\partial\Phi}{\partial R_2}\frac{R_2}{\Phi}\right|\varepsilon_{R_2}$$

Ou seja, uma soma ponderada dos erros relativos de cada uma das componentes onde os coeficientes de ponderação dependem da sensibilidade relativa dessas componentes. As derivadas parciais são:

$\dfrac{\partial\Phi}{\partial f} = \dfrac{1}{R_1 C + R_2}\cdot\dfrac{1}{f\cdot\ln(10)}$ (também seria aceite $\dfrac{\partial\Phi}{\partial f} = \dfrac{1}{R_1 C + R_2}\cdot\dfrac{1}{f}$)

$$\frac{\partial\Phi}{\partial R_1} = -\log(f)\frac{C}{\left(R_1 C + R_2\right)^2}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial C} = -\log(f)\frac{R_1}{\left(R_1 C + R_2\right)^2}$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial R_2} = -\log(f)\frac{1}{\left(R_1 C + R_2\right)^2}$$

Substituindo na expressão inicial tem-se:

$$\varepsilon_{\Phi} = \left| \frac{1}{R_1C+R_2} \cdot \frac{1}{f \cdot \ln(10)} \frac{f(R_1C+R_2)}{\log(f)} \right| \varepsilon_f + \left| -\log(f) \frac{R_1}{(R_1C+R_2)^2} \frac{C(R_1C+R_2)}{\log(f)} \right| \varepsilon_C +$$

$$\left| -\log(f) \frac{C}{(R_1C+R_2)^2} \frac{R_1(R_1C+R_2)}{\log(f)} \right| \varepsilon_{R_1} + \left| -\log(f) \frac{1}{(R_1C+R_2)^2} \frac{R_2(R_1C+R_2)}{\log(f)} \right| \varepsilon_{R_2}$$

Simplificando fica:

$$\varepsilon_{\Phi} = \frac{1}{\log(f)\ln(10)} \varepsilon_f + \frac{R_1C}{R_1C+R_2} \varepsilon_C + \frac{R_1C}{R_1C+R_2} \varepsilon_{R_1} + \frac{R_2}{R_1C+R_2} \varepsilon_{R_2}$$

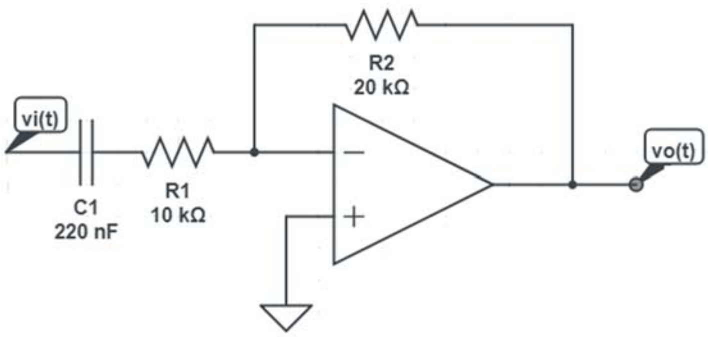
Substituindo pelos valores tem-se que:

$$\varepsilon_{\Phi} \approx \frac{1}{\log(f)\ln(10)} 10 + \frac{1\times10^{-3}}{20\times10^{3}} 20 + \frac{1\times10^{-3}}{20\times10^{3}} 5 + \frac{20\times10^{3}}{20\times10^{3}} 5$$

Ou seja,

$$\varepsilon_{\Phi} \approx \frac{4.34}{\log(f)} + 5$$

2) A figura que se segue mostra o circuito de um filtro passa-alto construído em torno de um amplificado operacional.



Obtenha a função de transferência do circuito e represente, no plano s, a localização das suas singularidades. **[4 valores]**

R:

Seja i(t) a corrente que atravessa o condensador. Neste caso, e considerando o amplificador operacional ideal, tem-se:

$$i(t) = C\frac{d}{dt}\left(v_i(t) - R_1 i(t)\right)$$

$$i(t) = -\frac{v_o(t)}{R_2}$$

O que leva a que,

$$-\frac{v_o(t)}{R_2} = C\frac{d}{dt}v_i(t) + \frac{R_1C}{R_2}\frac{d}{dt}v_o(t)$$

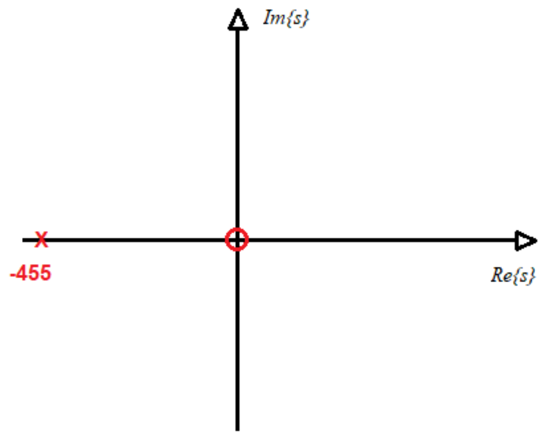
Aplicando a transformada de Laplace, e considerando que $v_o(t) \underset{L}{\leftrightarrow} V_o(s)$ e que $v_i(t) \underset{L}{\leftrightarrow} V_i(s)$ obtém-se:

$$-\frac{V_o(s)}{R_2} = sCV_i(s) + \frac{R_1C}{R_2} sV_o(s)$$

Levando à seguinte função de transferência:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{sCR_2}{R_1Cs+1}$$

Este sistema possui, como singularidades, um pólo e um zero. O zero encontra-se na origem e o pólo em $s = -\frac{1}{R_1C} \approx -455$

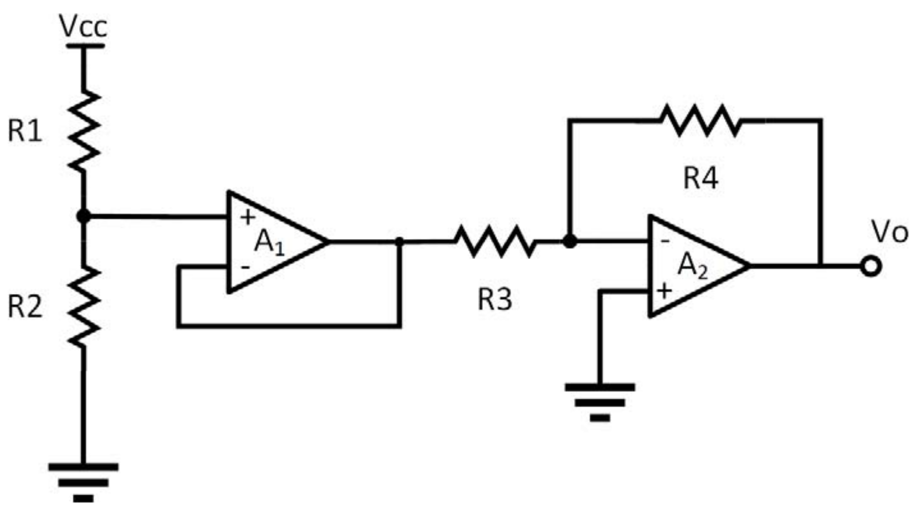


3) Responda às seguintes questões justificando convenientemente sempre que necessário:

a) O termístor e o termopar são dois dos sensores de temperatura abordados durante as aulas. Indique as principais diferenças entre ambos. **[2 valores]**

R: (Ver slides das aulas)

b) Observe o seguinte circuito e indique o objetivo do amplificador operacional **A_1**. Que efeito teria, nos cálculos na análise do circuito, se fosse removido? **[2 valores]**



R:

O amplificador A2, montado na configuração de buffer ou seguidor de tensão, encontra-se no circuito para eliminar o efeito de carga de A2 sobre o divisor de tensão. Considerando que os AMPOP's são ideais, a corrente na entrada não-inversora de A1 é zero pelo que o valor da queda de tensão em R2 é dada por:

$$U_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{CC}$$

Sem o AMPOP A1, a impedância de entrada do amplificador inversor, que é muito menor que a impedância do AMPOP em malha aberta, iria ser colocada em paralelo com R2 pelo que se iria assistir a um desvio no valor de U_{R_2} caso se usasse a equação anterior.

c) Defina "frequência de corte" de um filtro. **[2 valores]**

R: Frequência à qual o ganho cai -3dB do seu valor em banda passante.

FIM DA PROVA

FORMULÁRIO:

Erros de Medida

- Erro de Medida

$\Delta x = x_{\text{Real}} - x_{\text{Medido}}$

- Valor Absoluto do Erro

$\delta x = |\Delta x| = |x_{\text{Real}} - x_{\text{Medido}}|$

- Erro Relativo

$\varepsilon_x = \delta x / |x_{\text{Real}}| \approx \delta x / |x_{\text{Medido}}|$

- Se x é uma grandeza função de n grandezas parciais $y_1, y_2, ..., y_n$ com erros de medida $\varepsilon_{y1}, \varepsilon_{y2}, ..., \varepsilon_{y2}$ respectivamente, o erro relativo majorado de x é dado por:

$$\varepsilon_x \le \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial f(y_1,...,y_n)}{\partial y_i} \cdot \frac{y_i}{f(y_1,...,y_n)} \right| \cdot \varepsilon_{y_i}$$

Estatística da Medida

- Média Aritmética

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i \Big/ n$$

- Desvio Médio Absoluto

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} |x_i - \mu| \Big/ n = \mu \cdot \varepsilon$$

- Desvio Padrão

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \Big/ n}$$

Exactidão na Instrumentação Analógica

- Erro Absoluto Máximo

$\delta_{\max} = ic \cdot V_{fe} / 100$

- Erro Relativo Máximo

$\varepsilon_{\max} = ic \cdot V_{fe} / V_m$

Exactidão na Instrumentação Digital

- Especificação da Exactidão

$\pm[\varepsilon_{in} + n\,LSD]$

- Erro Relativo Máximo

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_{in} + \frac{n \times \text{Resolução}}{Vm} \times 100$$

- Erro Absoluto Máximo

$$\delta_{\max} = \frac{Vm \cdot \varepsilon_{\max}}{100} = \frac{\varepsilon_{in} Vm}{100} + n \times \text{Resolução}$$

Sinal

- Valor Médio

$$V_o = \frac{1}{T} \int_T v(t)dt$$

- Valor Eficaz

$$V_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_T v^2(t)dt$$

- Factor de Crista

$$FC = \frac{Vp}{V_{RMS}}$$

Medida de Grandezas Eléctricas

- Sensibilidade

$$S = \frac{R_{in}}{V_{FE}}$$

$$S_{AC} = \frac{Rin}{V_{RMS}}$$

- Deflexão

$$D = \frac{I_{in}}{I_{AF}}$$

Filtros Passivos de 1ª Ordem

- Frequência de corte (Hz)

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Extensómetro

$$\frac{\Delta R}{R} = G \frac{\Delta l}{l}$$