Instrumentação Eletrónica e Medidas

Licenciatura em Engenharia Eletrotécnica

Exame (1ª Chamada) – 18 de junho de 2019

INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA
Escola Superior de Tecnologia e Gestão

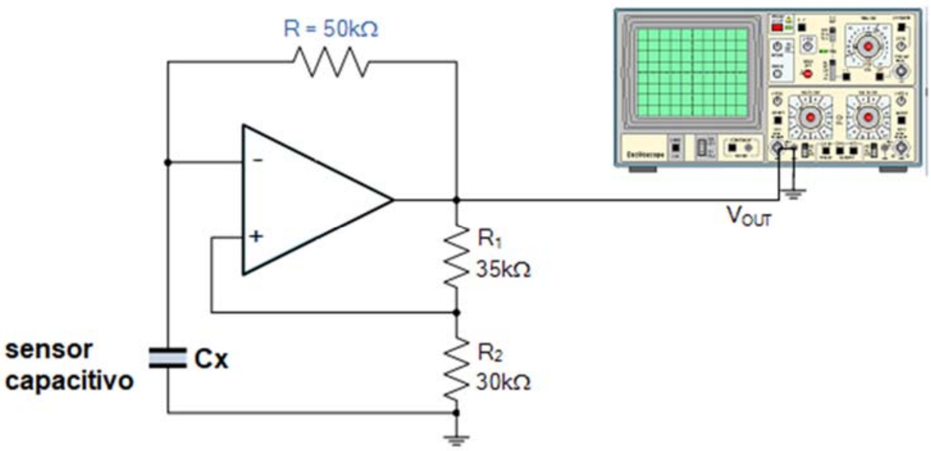
Antes de começar o exame leia atentamente as seguintes instruções:

- **Para além da calculadora, só é permitido ter em cima da mesa de exame, os enunciados e folhas entregues pelo docente.**
- **A cotação das perguntas encontra-se indicada, no fim das mesmas, entre parêntesis retos.**
- **O aluno detetado a plagiar verá o seu exame anulado e poderá incorrer em processo disciplinar.**

Duração da prova: 1 hora e 1/2.

1) Considere o seguinte circuito de condicionamento de sinal para um sensor capacitivo. Trata-se de um circuito oscilador (multivibrador aestavel) construído em torno de um amplificador operacional. A frequência de oscilação deste circuito depende do valor da resistência da malha de realimentação *R*, neste caso 50kΩ, e o valor da capacidade do sensor capacitivo *Cx* de acordo com a expressão:

$$f = \frac{1}{2 \cdot R \cdot C_X}$$



a) Determine o majorante do erro relativo na medida da capacidade Cx considerando que $\varepsilon_R = 5\%$ e que $\varepsilon_f = 10\%$. **[4 valores]**

R:

A capacidade do condensador é medida, de forma indireta, a partir da medição da frequência, com uma dada incerteza, e conhecendo o valor da resistência com um determinado erro relativo. Com base nesses dois valores, a capacidade desconhecida é calculada por:

$$C_X = \frac{1}{2 \cdot R \cdot f}$$

Aplicado a fórmula fundamental da propagação dos erros obtém-se:

$$\varepsilon_{C_x} \le \left|\frac{\partial C_X}{\partial R}\frac{R}{C_X}\right|\varepsilon_R + \left|\frac{\partial C_X}{\partial f}\frac{f}{C_X}\right|\varepsilon_f$$

Onde as derivadas parciais são:

$$\frac{\partial C_X}{\partial R} = -\frac{1}{2\cdot R^2\cdot f} \quad \text{e} \quad \frac{\partial C_X}{\partial f} = -\frac{1}{2\cdot R\cdot f^2}$$

Assim,

$$\varepsilon_{C_x} \le \left|-\frac{1}{2\cdot R^2\cdot f}\frac{R}{\frac{1}{2\cdot R\cdot f}}\right|\varepsilon_R + \left|-\frac{1}{2\cdot R\cdot f^2}\frac{f}{\frac{1}{2\cdot R\cdot f}}\right|\varepsilon_f$$

$$\varepsilon_{C_x} \le |-1|\varepsilon_R + |-1|\varepsilon_f$$

Logo,

$$\varepsilon_{C_x} \le 5+10 \Rightarrow \varepsilon_{C_x} \le 15\%$$

Ou seja, no limite, espera-se um erro relativo de 15% na medição da capacidade usando o método acima descrito.

b) Admita que o sensor pode ser aproximado a um condensador de placas paralelas com área entre placas variável. Neste caso o valor da capacidade Cx, em pF, depende da área efetiva entre placas, *A*, segundo a lei:

$$C_x = \varepsilon\frac{A}{d}$$

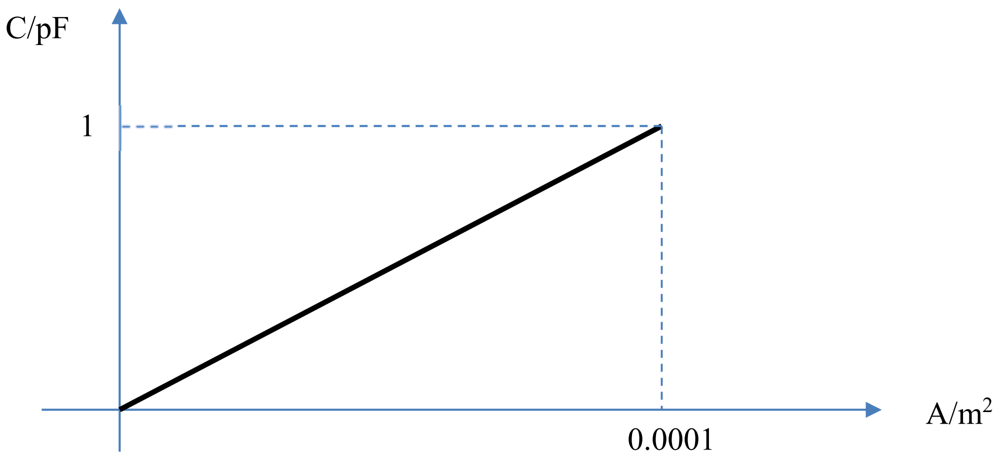
onde $\varepsilon = 10\ pF/m$, $d = 1\times10^{-3}\ m$. Esboce a curva de calibração do sensor para valores de área entre 0 e 100 mm^2. Qual o valor da sensibilidade do sensor? **[2 valores]**

R:

Como se pode verificar, a relação entre a capacidade e a área efetiva entre placas é linear da forma:

$$\begin{aligned} C_x &= \frac{\varepsilon}{d}A \\ &= \frac{10}{1\times10^{-3}}A \\ &= 10A\ nF \end{aligned}$$

Onde A se refere à área efetiva entre placas que deve ser expressa em m^2 (basta observar as unidades dos outros parâmetros). Assim, a capacidade deve ser avaliada para valores de A entre 0 e 0.0001 m^2.



c) Para além de área entre placas variável, um sensor capacitivo também pode ser contruído de forma a ter, em alternativa, distância entre placas variável. Nesse caso, qual o valor da sensibilidade da capacidade relativamente à distância entre placas? O que dizer acerca da linearidade do sensor? Dê o exemplo de uma aplicação onde poderia ser utilizado um sensor capacitivo de distância entre placas variável. **[2 valores]**

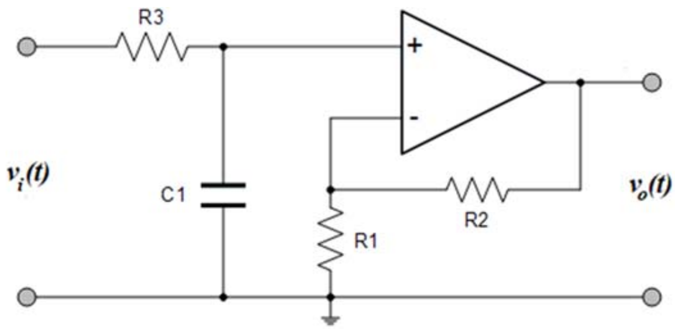
R:

A sensibilidade da capacidade relativamente à distância entre placas, considerando tanto a área como a permissividade do dielétrico constantes, é dada por:

$$S = \frac{\partial C_x}{\partial d} = \varepsilon A \frac{\partial}{\partial d}\left(\frac{1}{d}\right)$$
$$= -\frac{\varepsilon A}{d^2}$$

Verifica-se que a sensibilidade não é constante e depende da distância entre placas. Por isso mesmo o comportamento é não-linear. Na aula, deu-se o acelerómetro como exemplo de aplicação de um sensor capacitivo com distância entre placas variável.

2) A figura que se segue mostra o circuito de um filtro passa-alto construído em torno de um amplificado operacional.



Obtenha a função de transferência do circuito. **[5 valores]**

R:

Seja $v'(t)$ a tensão aos terminais do condensador C1. Como o amplificador operacional está ligado em configuração não-inversor, a saída $v_o(t)$ é dada por:

$$v_o(t) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot v'(t)$$

Ou, alternativa no domínio de Laplace,

$$V_o(s) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot V'(s)$$

Por sua vez, a relação entre $V'(s)$ e $V_i(s)$ num filtro passa-baixo RC de primeira ordem é:

$$V'(s) = \frac{1}{R_3 C_1 s + 1} V_i(s)$$

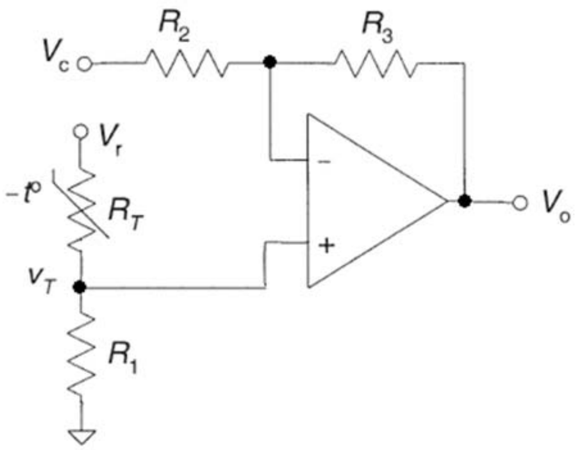
Considerando o amplificador operacional ideal, a corrente de polarização é nula pelo que:

$$V_o(s) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \left(\frac{1}{R_3 C_1 s + 1}\right) V_i(s)$$

Ou seja,

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \left(\frac{1}{R_3 C_1 s + 1}\right)$$

3) Admita que o termístor NTC que integra o circuito da figura em baixo possui um comportamento linear entre a temperatura de 0ºC e 50ºC. Considere ainda que o seu valor de resistência a essas duas temperaturas é 30 kΩ e 4 kΩ respetivamente. A tensão de saída do circuito deve ser igual a 0 V para a temperatura de 0º C e 5 V para 50ºC.



a) Admitindo que será utilizado o TL082 para implementar o circuito diga, justificando convenientemente, qual o valor e tipo de tensão de alimentação a utilizar. **[2 valor]**

R:

A tensão máxima à saída do AMPOP é de 5V. Considerando que o AMPOP satura a cerca de 70% da sua tensão de alimentação, deve ser utilizada uma tensão SIMÉTRICA com amplitude mínima de 7V. Um valor razoável poderia ser ±10V.

b) Determine os valores das três resistências e das tensões ***Vr*** e ***Vc*** . Considere que a corrente de polarização do NTC deve ser, no máximo, igual a 0.5 mA. Arbitre os valores que achar necessários justificando convenientemente. **[5 valores]**

R:

A partir do circuito tira-se que:

$$V_T = \frac{R_1}{R_1 + R_T} V_r$$

$$V_o = \left(\frac{R_3}{R_2} + 1\right) V_T - \frac{R_3}{R_2} V_c$$

$$V_o = \left(\frac{R_3}{R_2} + 1\right)\left(\frac{R_1}{R_1 + R_T}\right) V_r - \frac{R_3}{R_2} V_c$$

Existem ao todo cinco variáveis. No entanto, tendo em consideração a operação do circuito, temos apenas duas equações linearmente independentes:

- Para T=0ºC a resistência do termístor é de 30kΩ e a tensão à saída do circuito deve ser 0V o que leva a:

$$0 = \left(\frac{R_3}{R_2} + 1\right)\left(\frac{R_1}{R_1 + 30 \times 10^3}\right) V_r - \frac{R_3}{R_2} V_c$$

- Para T=50ºC a resistência do termístor é de 4kΩ e a tensão à saída do circuito deve ser 5V o que leva a:

$$5 = \left(\frac{R_3}{R_2} + 1\right)\left(\frac{R_1}{R_1 + 4 \times 10^3}\right) V_r - \frac{R_3}{R_2} V_c$$

Da primeira equação tira-se que:

$$\frac{R_3}{R_2} V_c = \left(\frac{R_3}{R_2} + 1\right)\left(\frac{R_1}{R_1 + 30 \times 10^3}\right) V_r$$

Por isso,

$$5 = \left(\frac{R_3}{R_2} + 1\right)\left(\frac{R_1}{R_1 + 4 \times 10^3}\right) V_r - \left(\frac{R_3}{R_2} + 1\right)\left(\frac{R_1}{R_1 + 30 \times 10^3}\right) V_r$$

$$5=\left(\frac{R_3}{R_2}+1\right)V_r\left(\frac{R_1}{R_1+4\times10^3}-\frac{R_1}{R_1+30\times10^3}\right)$$

Como a corrente de polarização de termístor deve ser inferior a 0.5mA, e para a pior situação (em que a resistência do termístor é mais baixa), tem-se:

$$I_T=\frac{V_r}{R1+4\times10^3}\leq 0.5\times10^{-3}$$

Considerando a tensão V_r **como sendo igual à tensão de alimentação do TL082 (e determinado na primeira alínea) fica:**

$$\frac{10}{R_1+4\times10^3}\leq 0.5\times10^{-3}\Rightarrow R_1+4\times10^3\geq\frac{10}{0.5\times10^{-3}}$$

Logo

$$R_1\geq 16k\Omega$$

Vamos considerar $R_1=16k\Omega$ **dado que é um valor standard. Assim,**

$$5=\left(\frac{R_3}{R_2}+1\right)V_r\left(\frac{R_1}{R_1+4\times10^3}-\frac{R_1}{R_1+30\times10^3}\right)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$5=\left(\frac{R_3}{R_2}+1\right)10\left(\frac{16}{16+4}-\frac{16}{16+30}\right)$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{R_3}{R_2}=0.1058$$

Admitindo que $R_2=10k\Omega$ **então** $R_2\approx 1k\Omega$

E finalmente,

$$V_c=\frac{\left(\frac{R_3}{R_2}+1\right)\left(\frac{R_1}{R_1+30\times10^3}\right)V_r}{\frac{R_3}{R_2}}=\frac{1.1058\left(\frac{16}{16+30}\right)10}{0.1058}$$

Ou seja,

$$V_c=\frac{1.1058\left(\frac{16}{16+30}\right)10}{0.1058}=36.35V$$

FIM