Instrumentação Eletrónica e Medidas

Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Primeira Chamada – 27 de janeiro de 2022

Duração da prova: 1,5 horas

1) A figura em baixo apresenta um sensor de pH comercial, e respetiva tabela de calibração, que pode ser utilizado para medir a concentração de iões de hidrogénio numa solução e descreve o grau de acidez ou alcalinidade podendo variar entre 0 e 14.

Tensão/mV	Valor de pH	Tensão/mV	Valor de pH
414.12	0.00	-414.12	14.00
354.96	1.00	-354.96	13.00
295.80	2.00	-295.80	12.00
236.64	3.00	-236.64	11.00
177.48	4.00	-177.48	10.00
118.32	5.00	-118.32	9.00
59.16	6.00	-59.16	8.00
0.00	7.00	0.00	7.00

a) Diga, justificando, se se trata de um sensor ativo ou passivo. **[2 valor]**

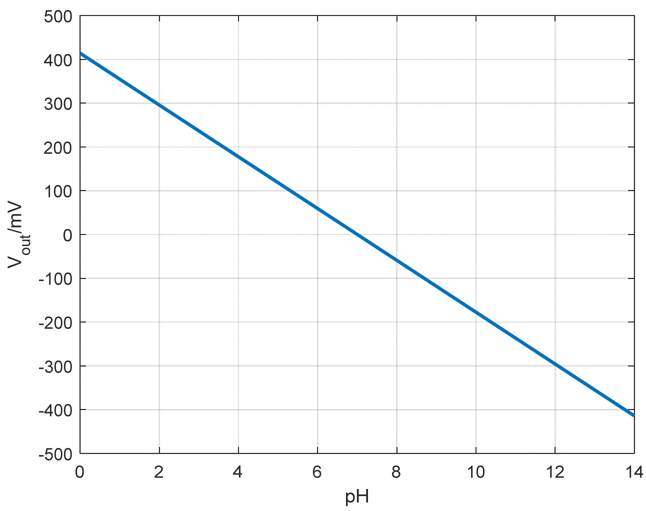
R: Como o sensor se comporta como uma fonte de tensão cujo valor depende do pH, este sensor pode ser classificado como sensor ativo.

b) Estime o valor da sensibilidade do sensor considerando os limites da gama de medida. **[2 valor]**

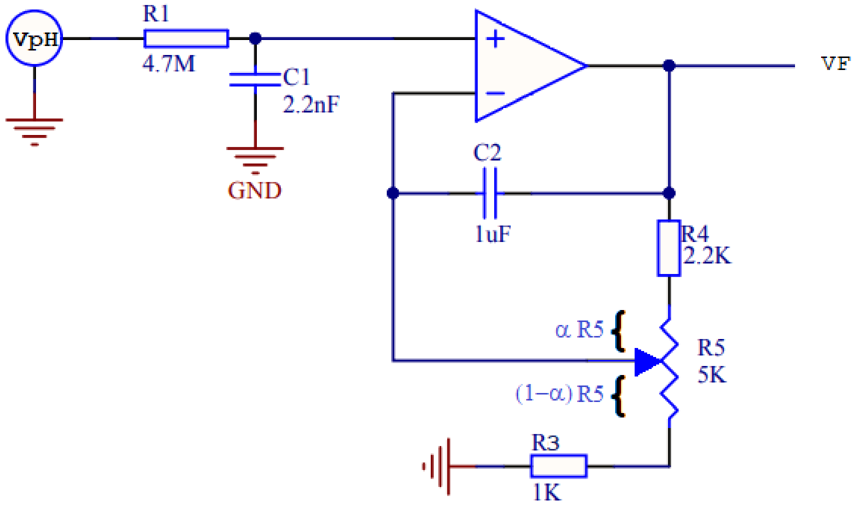
R: Como o sensor tem um comportamento fortemente linear, a sensibilidade é determinada por:

$$S = \frac{\Delta V_{out}}{\Delta pH} = -\frac{828.24}{14} \approx -59\, mV \,/\, pH \qquad (1.1)$$

Onde Vout é a tensão à saída do sensor. A curva de calibração encontra-se esboçada na figura que se segue.



c) O circuito de condicionamento de sinal deste sensor envolve uma etapa de filtragem cujo esquema se representa em baixo.



O potenciómetro R5 é ajustável e o valor de α representa a posição do seu cursor podendo tomar valores entre 0 e 1.

i. Calcule a frequência de corte do filtro constituído pela resistência R1 e o condensador C1 e determine a sua função de transferência. **[2 valores]**.

R:

Trata-se de um filtro passa-baixo passivo de primeira ordem cuja função de transferência é dada por:

$$H(s) = \frac{1}{R_1 C_1 s + 1} \quad (1.2)$$

A frequência de corte é:

$$f = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \approx 15 Hz \quad (1.3)$$

ii. Obtenha a função de transferência dinâmica do filtro entre o sinal fornecido pelo sensor de pH e a tensão à saída do AMPOP. Que parâmetro permite ser ajustado pelo potenciómetro R5? **[6 valores]**

R:

Como se pode verificar, este circuito pode ser entendido como a cascata de dois filtros: um passivo constituído por R1 e C1 e outro, ativo, envolvendo o amplificador operacional. Ou seja,

$$H_{TOTAL}(s) = H_{FPB}(s) \cdot H_{AMPOP}(s) = \frac{V_o(s)}{V_{pH}(s)} \quad (1.4)$$

Relativamente a $H_{FPB}(s)$, esta já foi apresentada na resposta à questão anterior. Relativamente a $H_{AMPOP}(s)$, trata-se da razão entre o sinal à saída do AMPOP, Vo(s), e o sinal à saída do filtro anterior. Seja V1(s) o sinal, no domínio de Laplace, à saída do filtro passivo e Vo(s) o sinal à saída do filtro ativo (saída do AMPOP). Neste caso, observa-se que o AMPOP se encontra numa configuração conhecida. A impedância da malha de

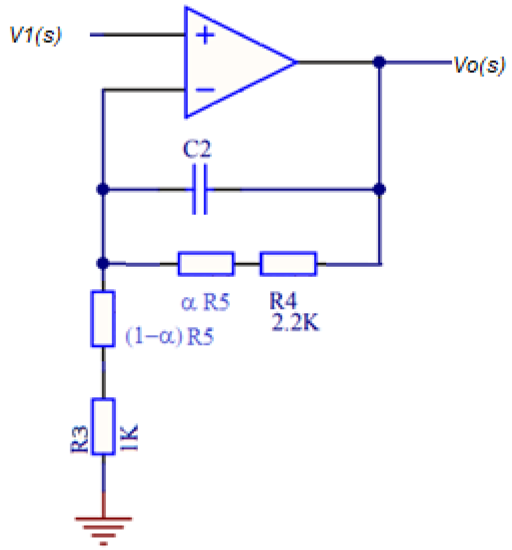
realimentação é dada pelo paralelo do condensador C2 com a série da resistência R4 e αR5 onde α toma valores entre 0 e 1 e refere-se à posição do cursor do potenciómetro. Seja Zf o valor dessa impedância. Então,

$$Z_f = \frac{1}{sC_2} \| \left(R_4 + \alpha R_5\right) = \frac{R_4 + \alpha R_5}{sC_2\left(R_4 + \alpha R_5\right) + 1} \tag{1.5}$$

A outra impedância é apenas a série da resistência R3 com (1-α)R5. Seja Zr essa impedância:

$$Z_r = (1-\alpha)R_5 + R_3 \tag{1.6}$$

A figura que se segue mostra a configuração acima referida.



É conhecido que, nesta configuração, o ganho do circuito é dado por:

$$\frac{V_0(s)}{V_1(s)} = \left(1 + \frac{Z_f}{Z_r}\right) \tag{1.7}$$

O que leva a que a função de transferência da segunda metade do circuito anterior seja:

$$\frac{V_0(s)}{V_1(s)} = \frac{R_3 + R_4 + R_5}{\left((1-\alpha)R_5 + R_3\right)} \frac{sC_2 \frac{\left(R_4 + \alpha R_5\right)\left((1-\alpha)R_5 + R_3\right)}{R_3 + R_4 + R_5} + 1}{sC_2\left(R_4 + \alpha R_5\right) + 1} \tag{1.8}$$

Verifica-se que o ganho DC desta função de transferência é dado por:

$$K = \frac{R_3 + R_4 + R_5}{\left((1-\alpha)R_5 + R_3\right)} \approx \frac{8.2}{(1-\alpha)5 + 1} \tag{1.9}$$

O que significa que o ganho DC irá variar com a posição do potenciómetro. Nos limites, para α=0, o ganho é K=1.37 (cerca de 2 dB) e para α=1, o ganho aumenta para K=8.2 (18 dB).

A função de transferência anterior possui também um polo e um zero. A localização do polo no plano S depende também da posição do potenciómetro:

$$s = -\frac{1}{C_2\left(R_4 + \alpha R_5\right)} = -\frac{1000}{2.2 + 5\alpha} \tag{1.10}$$

Para α=0, o pólo localiza-se em s=-455 rad/s e para α=1, o pólo localiza-se em s=-130 rad/s.

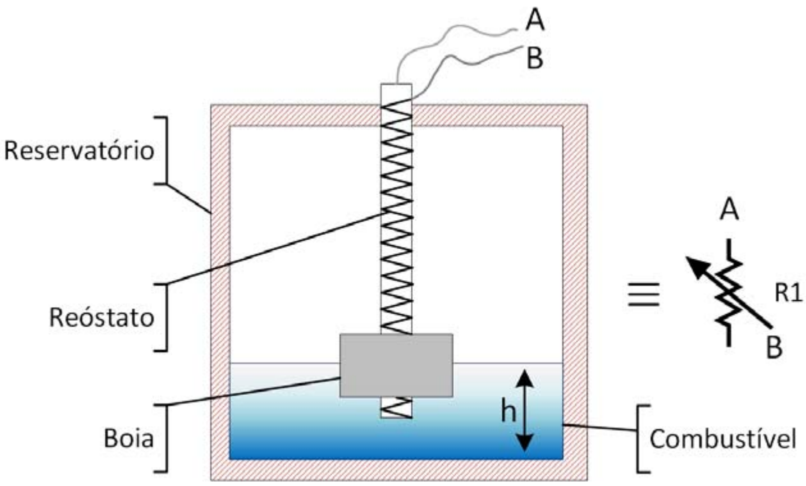
Por outro lado, o zero encontra-se em:

$$s=-\frac{R_3+R_4+R_5}{C_2\left(R_4+\alpha R_5\right)\left((1-\alpha)R_5+R_3\right)}=-\frac{8200}{13.2+19\alpha-25\alpha^2} \qquad \textbf{(1.11)}$$

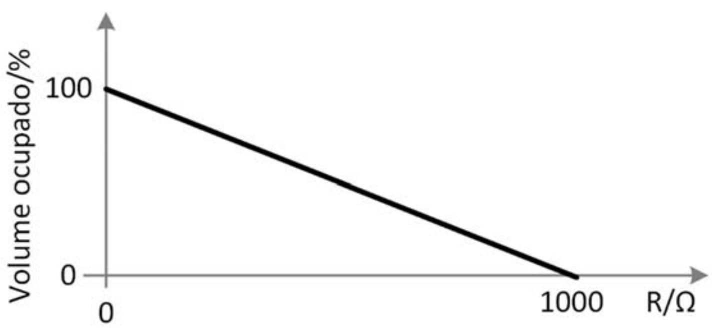
Para α=0, o zero encontra-se em s=-621 rad/s e para α=1, o pólo localiza-se em s=-1139 rad/s. A presença de um zero mais perto da origem do que o pólo faz com que este filtro se comporte como um filtro passa alto.

Para α=0 o polo e o zero encontram-se bastante próximos pelo que o efeito do filtro ativo na resposta em frequência é negligenciável. Por outro lado, para α=1 o zero encontra-se cerca de uma década à esquerda do polo pelo que teremos um filtro do tipo passa-baixo com uma frequência de corte em torno da frequência do polo. Ou seja, perto de 130 rad/s (cerca de 20 Hz).

2) Considere um sensor potenciométrico utilizado na medida do nível de combustível num veículo. Como se mostra na figura em baixo, o cursor de um reóstato encontra-se mecanicamente ligado a uma boia. Quando o volume de combustível aumenta no reservatório, a boia sobe fazendo com que a resistência do reóstato diminui.



A relação entre a % de combustível no tanque e a resistência entre os pontos A e B é dada pela seguinte curva de calibração:



a) Enumere três caraterísticas fundamentais dos potenciómetros quando usados como sensores no contexto da instrumentação eletrónica **[2 valor]**

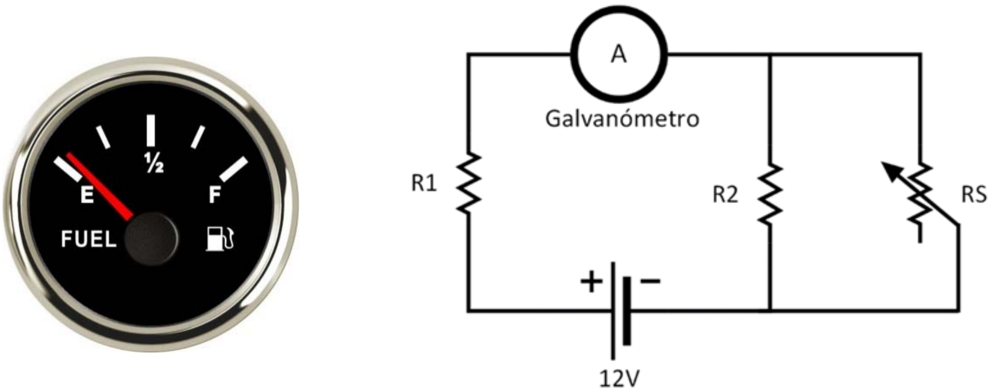
R: Ver slides das aulas

b) Obtenha a expressão algébrica (equação) que relaciona a resistência com a percentagem de volume ocupado **[2 valor]**

R: Trata-se da equação de uma reta com a forma:

$$R = 1000 - 10 \times Vol \tag{1.12}$$

c) O sensor de nível referido no início é ligado a um galvanómetro, com o aspeto apresentado à esquerda da figura seguinte, de acordo com o circuito apresentado na mesma figura, mas à direita.



O galvanómetro possui uma resistência interna igual a 50Ω. A indicação E (vazio) é atingida quando a corrente elétrica que o atravessa é inferior a 12 mA e a indicação F (cheio) com uma corrente igual ou superior a 120 mA. Determine os valores das resistências R1 e R2 **[4 valores]**.

R:

Se Tanque se encontra vazio, R=1kΩ e a corrente no ramo do galvanómetro deverá ser inferior ou igual a 12mA. Se o tanque se encontra cheio, R=0Ω e a corrente no ramo do galvanómetro deverá ser superior ou igual a 120mA. Daqui se obtêm duas equações:

Para Vol = 100%, R = 0Ω e logo a corrente no galvanómetro, designado por Ig, é dada por:

$$I_g = \frac{12}{50 + R_1} \tag{1.13}$$

Como Ig = 120mA,

$$\frac{12}{50 + R_1} \geq 120 \times 10^{-3} \tag{1.14}$$

E logo.

$$R_1 \leq 50\Omega \tag{1.15}$$

Agora para Vol = 0%, R=1000Ω e a corrente no galvanómetro deverá ser igual ou inferior a 12mA. O que leva a que:

$$I_g = \frac{12}{50 + R_1 + \left(R_2 \parallel R\right)} \tag{1.16}$$

E logo,

$$\frac{12}{50+R_1+\dfrac{1000R_2}{R_2+1000}} \leq 12\times10^{-3} \tag{1.17}$$

$$950-R_1 \leq \frac{1000R_2}{1000+R_2} \tag{1.18}$$

Para $R_1 = 50\Omega$

$$R_2 \geq 9k\Omega \tag{1.19}$$

Uma solução possível para o problema apresentado leva a que:

$R_1 = 50\Omega$ **e** $R_2 = 9k\Omega$

FIM DA PROVA

FORMULÁRIO:

Erros de Medida

- Erro de Medida

$\Delta x = x_{\text{Real}} - x_{\text{Medido}}$

- Valor Absoluto do Erro

$\delta x = |\Delta x| = |x_{\text{Real}} - x_{\text{Medido}}|$

- Erro Relativo

$\varepsilon_x = \delta x / |x_{\text{Real}}| \approx \delta x / |x_{\text{Medido}}|$

- Se x é uma grandeza função de n grandezas parciais $y_1, y_2, ..., y_n$ com erros de medida $\varepsilon_{y1}, \varepsilon_{y2}, ..., \varepsilon_{y2}$ respetivamente, o erro relativo majorado de x é dado por:

$$\varepsilon_x \leq \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial f(y_1, ..., y_n)}{\partial y_i} \cdot \frac{y_i}{f(y_1, ..., y_n)} \right| \cdot \varepsilon_{y_i}$$

Estatística da Medida

- Média Aritmética

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} x_i \Big/ n$$

- Desvio Médio Absoluto

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} |x_i - \mu| \Big/ n = \mu \cdot \varepsilon$$

- Desvio Padrão

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 \Big/ n}$$

Exatidão na Instrumentação Analógica

- Erro Absoluto Máximo

$\delta_{\max} = ic \cdot V_{fe} / 100$

- Erro Relativo Máximo

$\varepsilon_{\max} = ic \cdot V_{fe} / V_m$

Exatidão na Instrumentação Digital

- Especificação da Exatidão

$\pm[\varepsilon_{in} + n\,LSD]$

- Erro Relativo Máximo

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_{in} + \frac{n \times \text{Resolução}}{Vm} \times 100$$

- Erro Absoluto Máximo

$$\delta_{\max} = \frac{Vm \cdot \varepsilon_{\max}}{100} = \frac{\varepsilon_{in} Vm}{100} + n \times \text{Resolução}$$

Sinal

- Valor Médio

$$V_o = \frac{1}{T} \int_T v(t)\,dt$$

- Valor Eficaz

$$V_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_T v^2(t)\,dt$$

- Fator de Crista

$$FC = \frac{Vp}{V_{RMS}}$$

Medida de Grandezas Elétricas

- Sensibilidade

$$S = \frac{R_{in}}{V_{FE}}$$

$$S_{AC} = \frac{Rin}{V_{RMS}}$$

- Deflexão

$$D = \frac{I_{in}}{I_{AF}}$$

Filtros Passivos de 1ª Ordem

- Frequência de corte (Hz)

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Extensómetro

$$\frac{\Delta R}{R} = G \frac{\Delta l}{l}$$