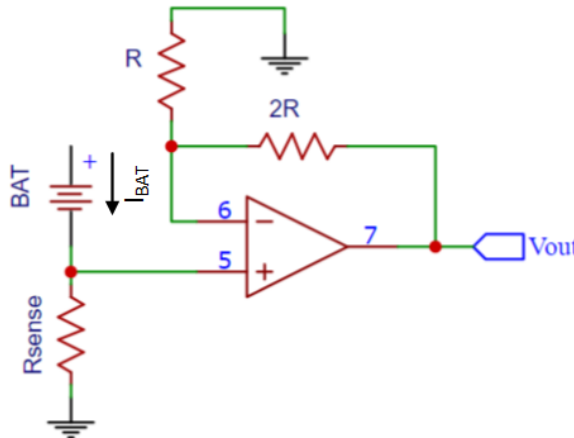


Duração da prova: 2 horas (cotação no fim de cada questão)

- 1) A corrente eléctrica fornecida por uma bateria (BAT) é medida, de forma indireta, através da queda de tensão aos terminais de uma resistência R_{sense} como se mostra no esquema em baixo:



- a) Determine a expressão que relaciona a tensão à saída do AMPOP, V_{out} , com a corrente I_{BAT} ? [2]

R:

O amplificador operacional encontra-se numa configuração padrão (amplificador não-inversor) cuja saída V_{out} depende de V^+ de acordo com:

$$V_{out} = \left(1 + \frac{2R}{R}\right)V^+ = 3V^+$$

Onde

$$V^+ = R_{sense} I_{bat}$$

O que leva a que:

$$V_{out} = 3R_{sense} I_{bat}$$

- b) Considere que o valor de R_{sense} é conhecida com uma incerteza ϵ_{sense} e que as resistências de realimentação do AMPOP possuem uma exatidão igual a $\pm 0.01R \Omega$. Obtenha a expressão que permite calcular o majorante para o erro relativo de I_{BAT} [3]

R:

Devido ao facto de existir diferenças entre a resistência da malha de realimentação e a resistência de pull-down, o valor da corrente I_{bat} é estimada com base:

$$I_{bat} = \frac{V_{out}}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) R_{sense}}$$

Onde R_1 se refere à resistência de realimentação e R_2 a segunda resistência de polarização do amplificador operacional.

Ambas possuem um valor nominal igual a R com incerteza de 1%.

Com base na fórmula fundamental da propagação dos erros:

$$\varepsilon_{I_{bat}} \leq \left| \frac{\partial I_{bat}}{\partial V_{out}} \cdot \frac{V_{out}}{I_{bat}} \right| \varepsilon_{V_{out}} + \left| \frac{\partial I_{bat}}{\partial R_{sense}} \cdot \frac{R_{sense}}{I_{bat}} \right| \varepsilon_{sense} + \left| \frac{\partial I_{bat}}{\partial R_1} \cdot \frac{R_1}{I_{bat}} \right| \varepsilon_{R_1} + \left| \frac{\partial I_{bat}}{\partial R_2} \cdot \frac{R_2}{I_{bat}} \right| \varepsilon_{R_2}$$

Onde $\varepsilon_{V_{out}}$ se refere à incerteza associada ao processo utilizado para medir V_{out} . O cálculo das derivadas parciais leva a:

$$\frac{\partial I_{bat}}{\partial V_{out}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) R_{sense}}, \quad \frac{\partial I_{bat}}{\partial R_{sense}} = -\frac{V_{out}}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) R_{sense}^2}, \quad \frac{\partial I_{bat}}{\partial R_1} = -\frac{1}{R_2} \frac{V_{out}}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)^2 R_{sense}} \text{ e}$$

$$\frac{\partial I_{bat}}{\partial R_2} = \frac{R_1}{R_2^2} \frac{V_{out}}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)^2 R_{sense}}$$

Substituindo na expressão anterior resulta em:

$$\varepsilon_{I_{bat}} \leq \varepsilon_{V_{out}} + \varepsilon_{sense} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \varepsilon_{R_1} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \varepsilon_{R_2}$$

Como $\varepsilon_{R_1} = \varepsilon_{R_2} = \varepsilon_R$,

$$\varepsilon_{I_{bat}} \leq \varepsilon_{V_{out}} + \varepsilon_{sense} + \frac{2R_1}{R_1 + R_2} \varepsilon_{R_1}$$

$$R_1 = 2R \text{ e } R_2 = R$$

$$\varepsilon_{I_{bat}} \leq \varepsilon_{V_{out}} + \varepsilon_{sense} + \frac{4}{3} \varepsilon_R$$

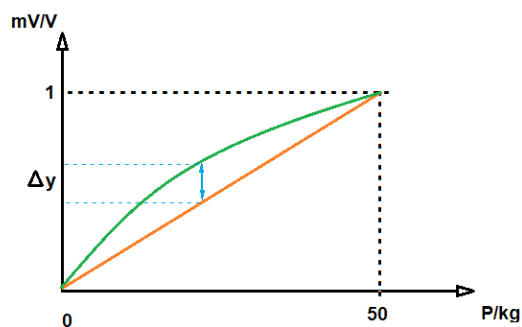
- 2) Na figura que se segue apresenta-se a um excerto das folhas de dados para uma célula de carga manufacturada pela empresa HTC-Sensor.



Specifications:		
capacity	kg	50kg
rated output	mV/V	1.0 ± 0.1
excitation voltage	Vdc	3-10
non-linearity	%FS	± 0.05
hysteresis	%FS	± 0.05
repeatability	%FS	± 0.05

- a) Diga o que entende por não-linearidade de um sensor. Neste caso, qual o valor **absoluto** dessa não-linearidade? [2]

R: Trata-se do desvio máximo do sinal de saída relativamente a uma curva de calibração linear tomada entre zero e a capacidade nominal da célula de carga. Para este caso em particular, a curva de calibração e a linha reta tomada entre os extremos da gama de medida poderiam ter o seguinte aspeto:

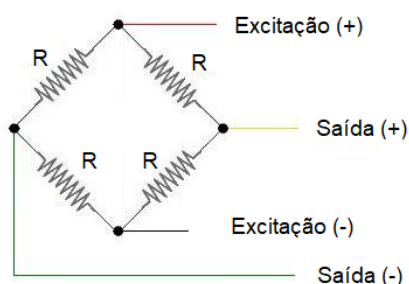


Por definição de não-linearidade integral, $\varepsilon = \frac{\Delta y}{FS} \times 100$

Neste caso, o valor apresentado para a não-linearidade é 0.05% do valor de fim-de-escala (FS - full scale) igual a 1mV/V pelo que o valor absoluto da não-linearidade é:

$$\Delta y = \frac{FS \varepsilon}{100} = \frac{1}{100} \times 0.05 = 5 \times 10^{-4} mV / V$$

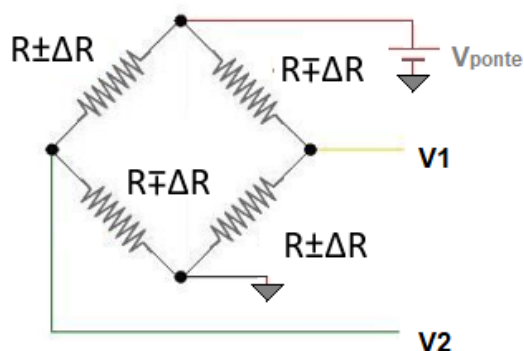
- b) Esta célula de carga é composta por quatro extensómetros: dois a operar à tração e outros dois à compressão e ligados numa configuração em ponte de *Wheatstone* como se mostra em baixo:



Considerando que a deformação da célula de carga fez com que as resistências sofressem uma variação no seu valor igual a ΔR , determine o valor da tensão diferencial à saída em função de ΔR e da tensão de excitação da ponte. [3]

R:

Os extensómetros funcionam em par e em braços oposto da ponte. Considerando que uma deformação na célula de carga gerou uma alteração da resistência dos extensómetros de R para $R \pm \Delta R$ e definindo a tensão de excitação da ponte como sendo V_{ponte} o esquema apresentado no enunciado passa a ter a seguinte forma:



Onde a tensão de desequilíbrio da ponte $V_o = V_1 - V_2$ é dada por:

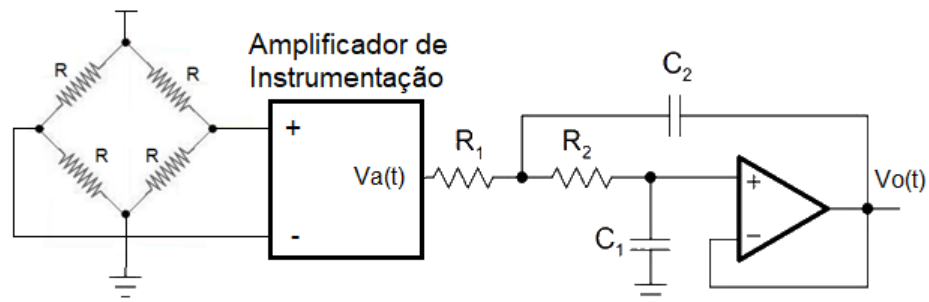
$$V_0 = V_1 - V_2 = \frac{R \pm \Delta R}{R \pm \Delta R + R \mp \Delta R} V_{ponte} - \frac{R \mp \Delta R}{R \mp \Delta R + R \pm \Delta R} V_{ponte}$$

O que leva a que:

$$V_0 = \left(\frac{R \pm \Delta R}{2R} - \frac{R \mp \Delta R}{2R} \right) V_{ponte}$$

$$= \frac{\Delta R}{R} V_{ponte}$$

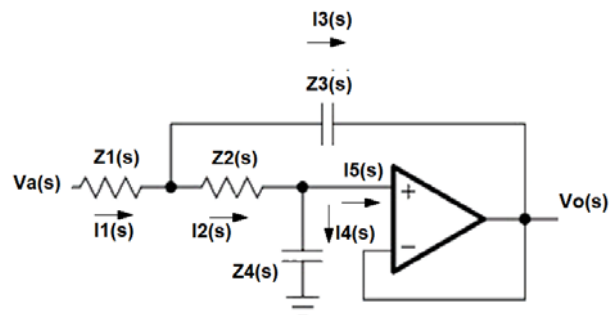
- c) O acondicionamento de sinal envolve um amplificador de instrumentação e um filtro ativo como se mostra a seguir:



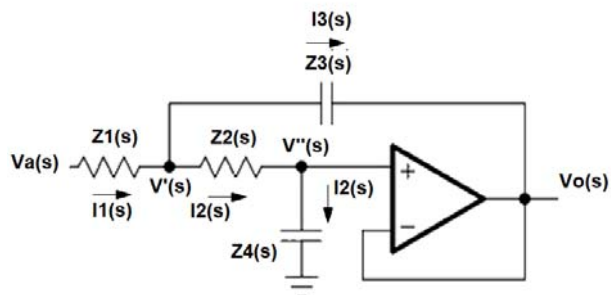
Obtenha a função de transferência do filtro. [4]

R:

Pretende-se determinar, no domínio de Laplace, a razão entre $v_o(t)$ e $v_a(t)$.



Considerando o AMPOP ideal, $I_5(s)=0$ e logo $I_2(s)=I_4(s)$;



$$I_1(s) = I_2(s) + I_3(s)$$

$$I_1(s) = \frac{V_a(s) - V'(s)}{Z_1(s)}$$

$$I_2(s) = \frac{V'(s) - V''(s)}{Z_2(s)} = \frac{V''(s)}{Z_4(s)}$$

$$I_3(s) = \frac{V'(s) - V_0(s)}{Z_3(s)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V_a(s) - V'(s)}{Z_1(s)} = \frac{V'(s) - V''(s)}{Z_2(s)} + \frac{V'(s) - V_0(s)}{Z_3(s)} \\ \frac{V'(s) - V''(s)}{Z_2(s)} = \frac{V''(s)}{Z_4(s)} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V_a(s)}{Z_1(s)} = V'(s) \left(\frac{1}{Z_2(s)} + \frac{1}{Z_1(s)} + \frac{1}{Z_3(s)} \right) - \frac{V''(s)}{Z_2(s)} - \frac{V_0(s)}{Z_3(s)} \\ V'(s) = V''(s) \left(\frac{Z_2(s)}{Z_4(s)} + 1 \right) \end{array} \right.$$

Com realimentação unitária, $V''(s) = V_0(s)$

$$\frac{V_a(s)}{V_0(s)} = Z_1(s) \left(\left(\frac{Z_2(s)}{Z_4(s)} + 1 \right) \left(\frac{1}{Z_2(s)} + \frac{1}{Z_1(s)} + \frac{1}{Z_3(s)} \right) - \frac{1}{Z_2(s)} - \frac{1}{Z_3(s)} \right)$$

Simplificando fica:

$$\frac{V_0(s)}{V_a(s)} = \frac{Z_3(s)Z_4(s)}{Z_1(s)Z_2(s) + Z_2(s)Z_3(s) + Z_3(s)Z_4(s) + Z_1(s)Z_3(s)}$$

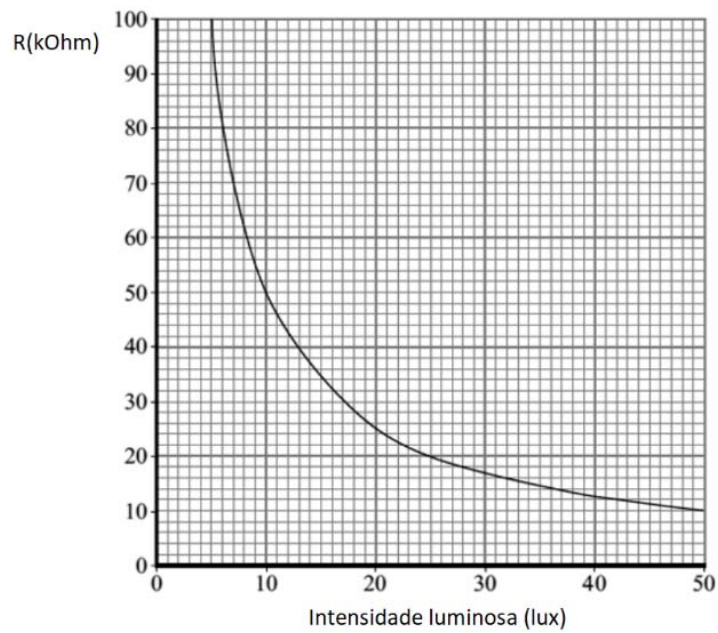
As impedâncias dos componentes são dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1(s) = R_1 \\ Z_2(s) = R_2 \\ Z_3(s) = \frac{1}{sC_2} \\ Z_4(s) = \frac{1}{sC_1} \end{array} \right.$$

Substituindo na expressão anterior fica:

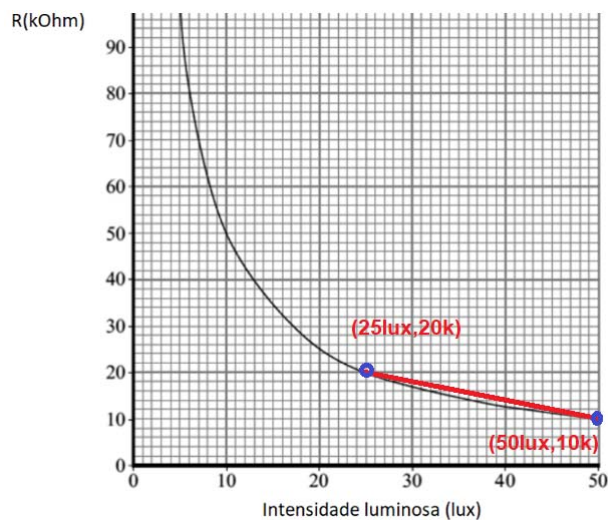
$$\frac{V_0(s)}{V_a(s)} = \frac{1}{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + s C_1 (R_1 + R_2) + 1}$$

3) Um LDR possui a curva de calibração ilustrada na seguinte figura:



- a) Considerando que iluminância é sempre superior a 25 lux, obtenha uma expressão algébrica aproximada entre a resistência elétrica e a intensidade luminosa. [2]

R:

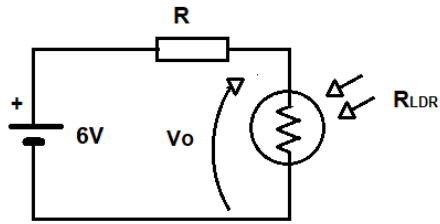


$$R_{LDR} - 20 = -\frac{10}{25}(lux - 25) \text{ (k}\Omega\text{)}$$

$$R_{LDR} = -\frac{10}{25}lux + 30 \text{ (k}\Omega\text{)}$$

- b) Determine a resistência a colocar em série com uma fonte de tensão de 6V para obter 3V quando a intensidade luminosa for de 25 lux. [2]

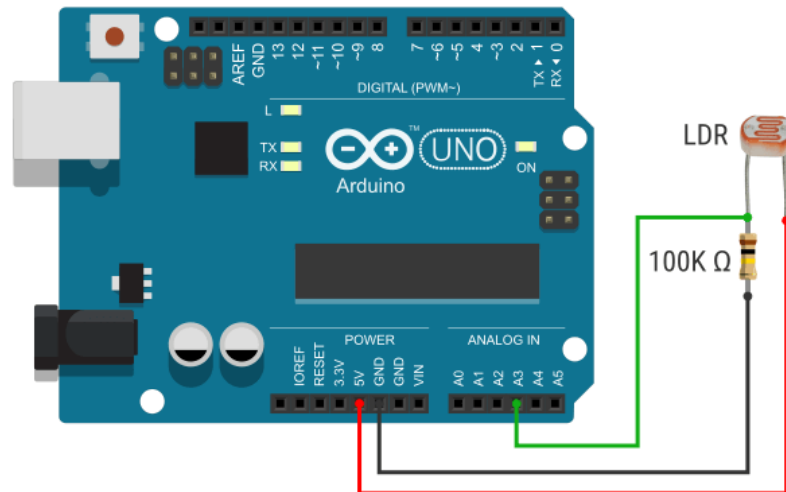
R:



Quando a iluminância for 25 lux, a resistência do LDR é $20k\Omega$. Deste modo,

$$V_0 = \frac{20}{20 + R} \times 6 = 3 \Rightarrow R = 20k\Omega$$

- c) O condicionamento de sinal deste sensor é feito recorrendo à maquete apresentada a seguir:



Qual a tecnologia utilizada no conversor A/D incluído no microcontrolador ATmega328? Explique, apresentando um diagrama de blocos, a sua forma de operação. [2]

R:

Ver apontamentos das aulas.

FIM DA PROVA