

## Sistemas de Numeração e Códigos Binários

sistema de numeração que permitia, através de dez símbolos distintos (algarismos), representar uma determinada grandeza em função de outra tomada como unidade.

**Sistema Decimal** - Permite representar qualquer quantidade por intermédio de uma soma ponderada de potências de base 10.

$$852 = 8 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

$$0.852 = 8 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-3}$$

Características de um número decimal:

- Coeficientes de potências de base 10 cujos expoentes crescem com passos de uma unidade da direita para a esquerda.
- Parte fraccionária são coeficientes de potências de base 10 cujos expoentes decrescem em passos de uma unidade da esquerda para a direita.

Outras bases de numeração podem ser utilizadas: base 2, base 8 e a base 16.

O sistema binário de numeração contempla apenas dois símbolos distintos: o zero (0) e o um (1)

dígito -> *bit*

A contribuição de um bit num número binário depende da posição relativa que ele ocupa.

Equivalente decimal:  $10011_2 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 19_{10}$

Bit mais significativo (MSB) vs. Bit menos significativo

Conceito de virgula binária:

$0,10011_2 = 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} + 1 \times 2^{-5} = 0.59375_{10}$

*Qual o maior número decimal que se consegue escrever com apenas dois dígitos?*

*Num número binário qual o maior número decimal inteiro que se consegue representar com  $n$  bits?*

Dependendo do número de bits de uma palavra na base 2: Nibble ou Byte

Decimal	Binário	Decimal	Binário
0	0	9	1001
1	1	10	1010
2	10	11	1011
3	11	12	1100
4	100	13	1101
5	101	14	1110
6	110	15	1111
7	111	16	10000
8	1000	17	10001

1kb = ?

1Mb = ?

OCTAL e HEXADÉCIMAL - são normalmente usadas como representação alternativa de números binários.

Decimal	Binário	Octal	Hexad.	Decimal	Binário	Octal	Hexad.
0	00000	0	0	16	10000	20	10
1	00001	1	1	17	10001	21	11
2	00010	2	2	18	10010	22	12
3	00011	3	3	19	10011	23	13
4	00100	4	4	20	10100	24	14
5	00101	5	5	21	10101	25	15
6	00110	6	6	22	10110	26	16
7	00111	7	7	23	10111	27	17
8	01000	10	8	24	11000	30	18
9	01001	11	9	25	11001	31	19
10	01010	12	A	26	11010	32	1A
11	01011	13	B	27	11011	33	1B
12	01100	14	C	28	11100	34	1C
13	01101	15	D	29	11101	35	1D
14	01110	16	E	30	11110	36	1E
15	01111	17	F	31	11111	37	1F

$$27,63_8 = 2 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 6 \times 8^{-1} + 3 \times 8^{-2} = 23.796875_{10}$$

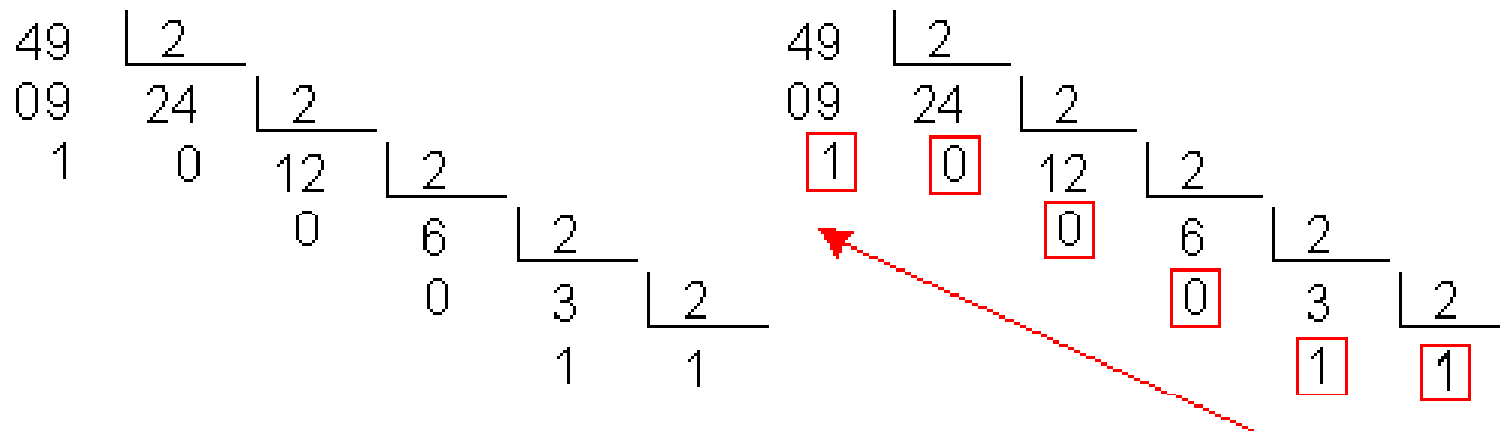
$$9CA,3B_{16} = 9 \times 16^2 + 12 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 3 \times 16^{-1} + 11 \times 16^{-2} = 2506.23046875_{10}$$

## Técnicas de Conversão entre Bases:

### Binário < > Decimal

Binário - > Decimal : Soma Ponderada

Decimal -> Binário: Divisão (Multiplicação)



Se o número a converter da base 10 para a base 2 não for inteiro puro mas tiver uma parte fraccionária, a conversão é feita em duas etapas

### Parte Inteira + Parte Decimal

$$0,703125 \times 2 = 1,40625$$

$$0,40625 \times 2 = 0,8125$$

$$0,8125 \times 2 = 1,625$$

$$0,625 \times 2 = 1,25$$

$$0,25 \times 2 = 0,5$$

$$0,5 \times 2 = 1,0$$

$$0,703125 \times 2 = \boxed{1},40625$$

$$0,40625 \times 2 = \boxed{0},8125$$

$$0,8125 \times 2 = \boxed{1},625$$

$$0,625 \times 2 = \boxed{1},25$$

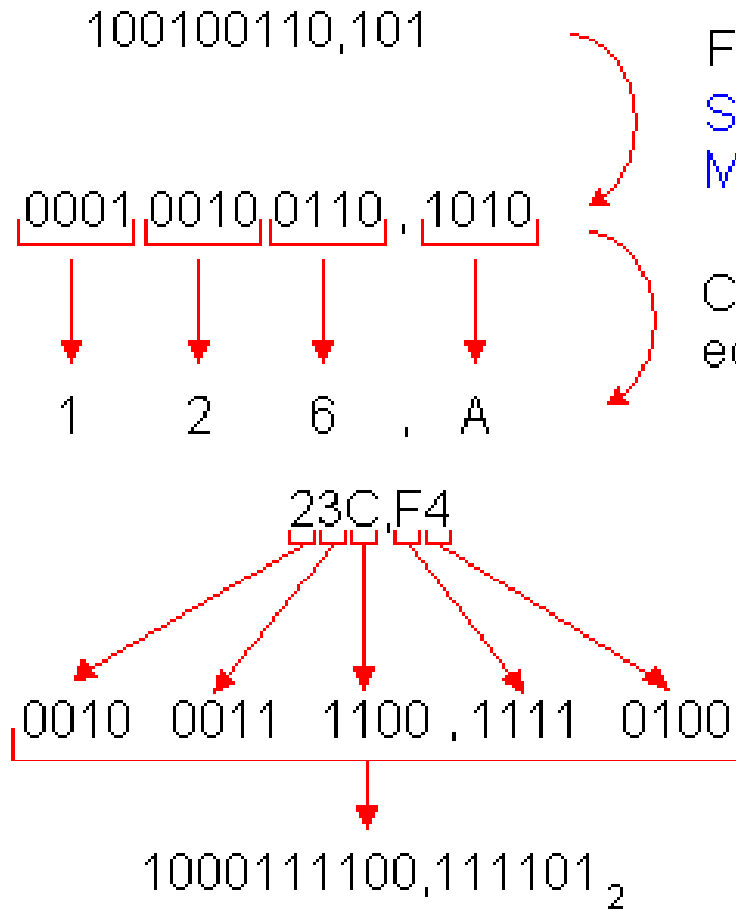
$$0,25 \times 2 = \boxed{0},5$$

$$0,5 \times 2 = \boxed{1},0$$





## Binário <-> Hexadécimal



Formar grupos de 4 bits.

Se necessário adicionar zeros à esquerda do MSB ou à direita do LSB da parte fraccionária

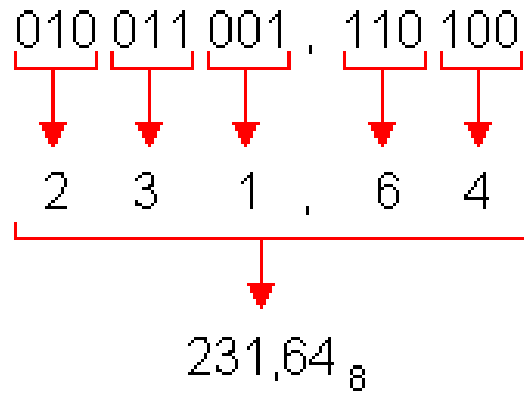
Converter cada grupo no valor equivalente em hexadecimal.



## Binário $\leftrightarrow$ Octal

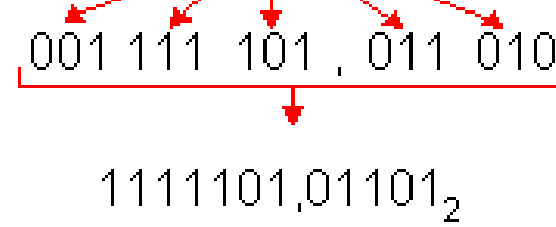
Binário  $\rightarrow$  Octal

10011001,1101<sub>2</sub>



Octal  $\rightarrow$  Binário

175,32<sub>8</sub>



## Representação de Números Negativos em Base 2

### Sinal e Magnitude

$$\underline{0} 1 1 0 1 1 0 0 1 = +217$$

$$\underline{1} 1 1 0 1 1 0 0 1 = -217$$

### Complemento para 1

$$0 1 1 0 1 1 0 0 1 = +217$$

$$1 0 0 1 0 0 1 1 0 = -217$$

Complemento de 1



### Complemento para 2

$$0 1 1 0 1 1 0 0 1 = +217$$

$$1 0 0 1 0 0 1 1 1 = -217$$

Complemento de 2



*A representação de números negativos na base 2 apenas tem significado se estiver definido o número de bits usados na codificação!*

1101110 -> 110 (8 bit) ou -18 (7 bit)

## **Códigos Binários**

conjunto de símbolos (alfabeto) e das regras que permitem ordenar e combinar esses símbolos.

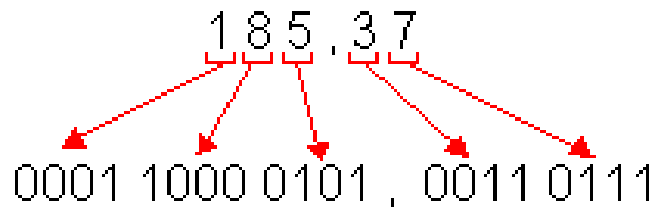
O objectivo destes códigos é o de facilitar a comunicação entre Homem e máquina.

### Ponderados

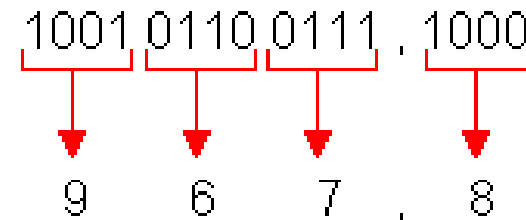
É possível associar pesos a cada um dos bits da palavra..

BCD8421    BCD 4221    BCD 5421

Décimal → BCD

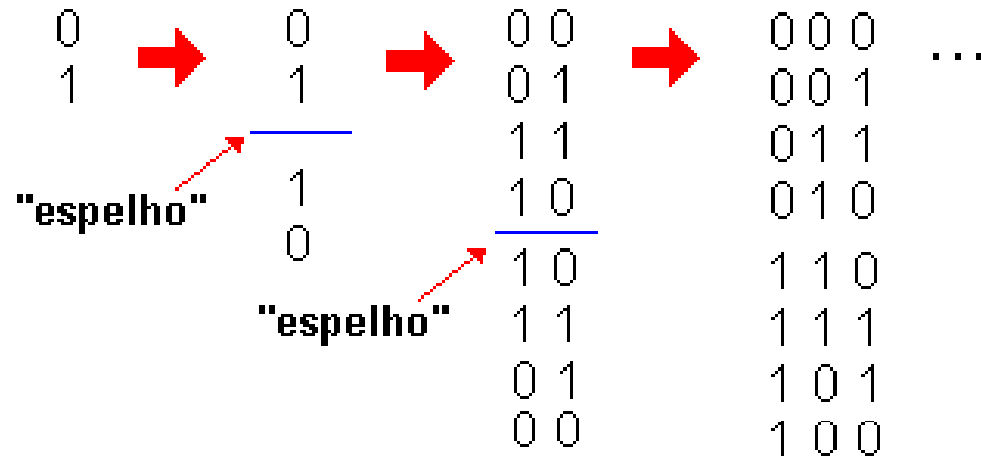


BCD → Décimal



### Não-Ponderados

Código Gray: possui a particularidade de que, entre valores adjacentes, apenas se altera um bit.



Decimal (p/ referência)	Gray abcd
0	0000
1	0001
2	0011
3	0010
4	0110
5	0111
6	0101
7	0100
8	1100
9	1101
10	1111
11	1110
12	1010
13	1011
14	1001
15	1000

Outro código binário não-ponderado extremamente difundido é o código ASCII (American Standard Code for Information Exchange)

## ÁLGEBRA DE BOOLE

- Investigação das leis fundamentais das operações da mente humana ligadas ao raciocínio.
- A álgebra tradicional opera com relações quantitativas enquanto que a álgebra de Boole opera com relações lógicas
- Na álgebra Booleana, as funções são binárias de variáveis binárias, ou seja apenas podem apresentar dois estados distintos: Verdadeiro ou Falso.

### **'1' e '0' representam estados físicos da matéria**

- Além da forma algébrica, as funções Booleanas podem ser caracterizadas por tabela de verdades.

## OPERADORES LÓGICOS

- Na álgebra de Boole existem quatro operadores lógicos elementares. São eles a Igualdade, a Negação, a União e a Intersecção

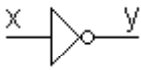
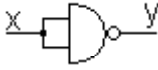
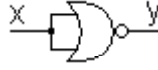
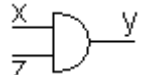
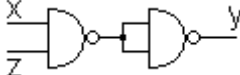
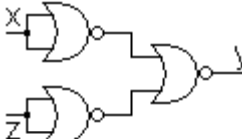

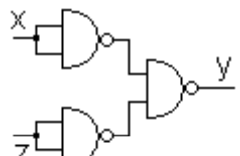
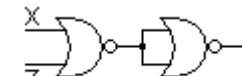
**Sejam  $x$  e  $y$  variáveis booleanas e  $F(x,y)$  uma função booleana de variável booleana:**

- Operador Igualdade: T. Verdades + símbolo lógico
- Operador Negação: T. Verdades + símbolo lógico
- Operador Intersecção: T. Verdades + símbolo lógico
- Operador Reunião: T. Verdades + símbolo lógico

## Outras Portas Lógicas:

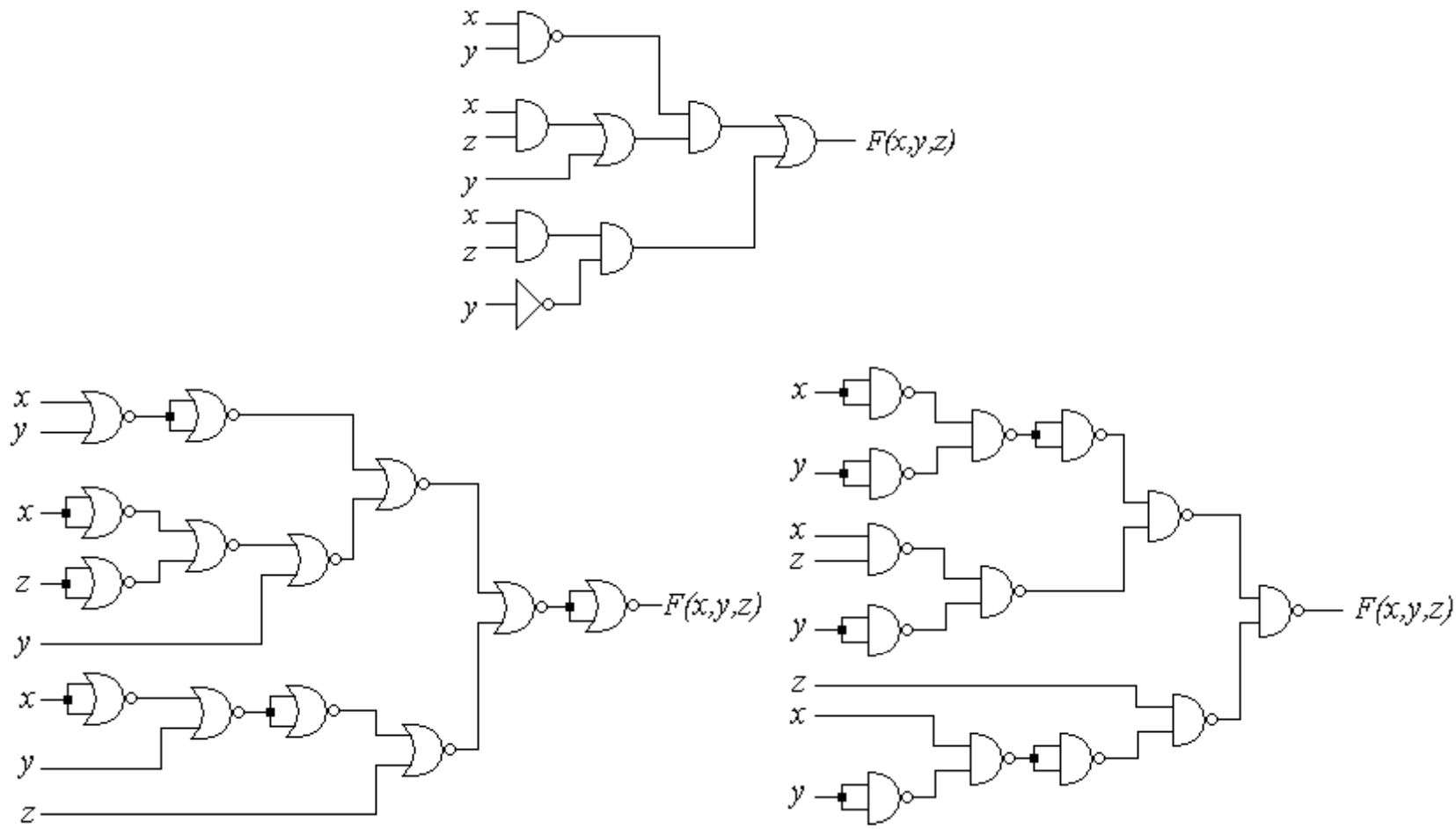
- Reunião Exclusiva (XOR)
- Complemento de União (NOR)
- Complemento de Intersecção (NAND)

Portas NAND E NOR como funções universais:

Função	Portas NAND	Portas NOR
		
		
		



## Exemplo



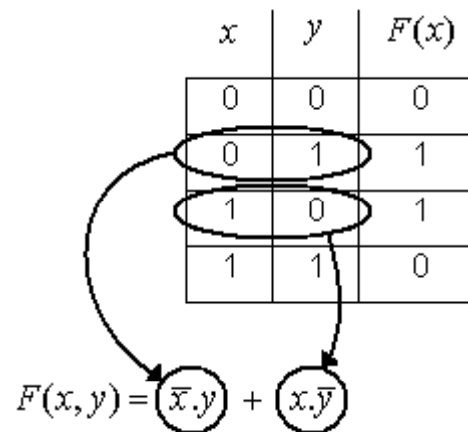
## Forma Canónica de uma Expressão Lógica

- Forma canónica de uma função Booleana: produto de somas ou somas de produtos nos quais aparecem todas as variáveis em cada um dos termos seja na sua forma directa ou complementada.

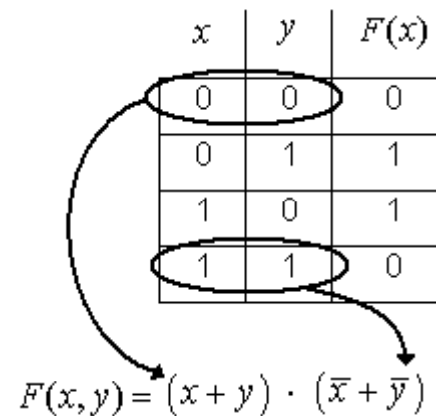
**MINTERMS** ou canónica disjuntiva: Soma de todos os produtos lógicos que dão à função o valor '1'.

**MAXTERMS** ou canónica conjuntiva: Multiplicação de todas as somas lógicas que dão à função o valor '0'.

Forma Disjuntiva



Forma Conjuntiva



# Identidades e Regras da Álgebra Booleana

Postulados	
$A + 0 = A$	$A \cdot 0 = 0$
$A + A = A$	$A \cdot A = A$
$A + 1 = 1$	$A \cdot 1 = A$
$A + \bar{A} = 1$	$A \cdot \bar{A} = 0$

Regras	
Propriedade Comutativa	$A + B = B + A$
	$A \cdot B = B \cdot A$
Propriedade Associativa	$(A + B) + C = A + (B + C)$
	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
Propriedade Distributiva	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
	$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$
Absorção	$A + A \cdot B = A$
	$A \cdot (A + B) = A$
(Alguns Teoremas Úteis)	$A + \bar{A} \cdot B = A + B$
	$A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$
	$A \cdot B + \bar{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \bar{A} \cdot C$
	$(A + B) \cdot (\bar{A} + C) \cdot (B + C) = (A + B) \cdot (\bar{A} + C)$
Leis de De Morgan	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$
	$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$

**Portas NAND**

$$\begin{aligned}
 F(x, y, z) &= \overline{(x + y)} \cdot (x \cdot z + y) + x \cdot \bar{y} \cdot z \\
 &= \overline{\overline{(x + y)} \cdot (x \cdot z + y) + x \cdot \bar{y} \cdot z} \\
 &= \overline{(x + y)} \cdot \overline{(xz + y)} \cdot \overline{x \cdot \bar{y} \cdot z} \\
 &= \overline{(x + y)} \cdot \overline{(xz + y)} \cdot \overline{x \cdot \bar{y} \cdot z} \\
 &= \overline{\overline{\overline{x} \cdot \bar{y}}} \cdot \overline{\overline{\overline{x \cdot z \cdot \bar{y}}}} \cdot \overline{\overline{\overline{x \cdot \bar{y} \cdot z}}}
 \end{aligned}$$

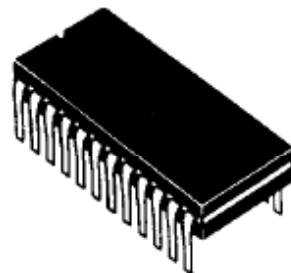
**Portas NOR**

$$\begin{aligned}
 F(x, y, z) &= \overline{(x + y)} \cdot (x \cdot z + y) + x \cdot \bar{y} \cdot z \\
 &= \overline{\overline{\overline{(x + y)} \cdot (x \cdot z + y) + (x \cdot \bar{y} \cdot z)}} \\
 &= \overline{(x + y)} + \overline{(xz + y)} + \overline{(x\bar{y} + z)} \\
 &= \overline{(x + y)} + \overline{(\bar{x} + \bar{z} + y)} + \overline{(x\bar{y} + z)} \\
 &= \overline{(x + y)} + \overline{(\bar{x} + \bar{z} + y)} + \overline{(\bar{x} + y + z)}
 \end{aligned}$$

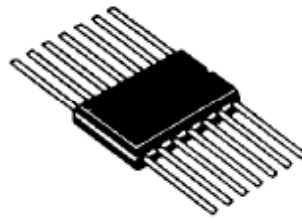
## CIRCUITOS COMBINATÓRIOS

- Até ao momento foram revistas as pedras angulares que suportam a análise e projecto de sistemas lógicos.
- Da Álgebra de Boole aos computadores digitais!
- O estado da arte dos circuitos electrónicos digitais assenta num dispositivo electrónico designado por circuito integrado (CI)
- Um circuito integrado é um circuito electrónico completo constituído numa pastilha de material semiconductor
- Todos os componentes do circuito são formados simultaneamente por um processo designado por processo planar.
- Existem os mais variados tipo de circuitos integrados e para as mais diversas funções.

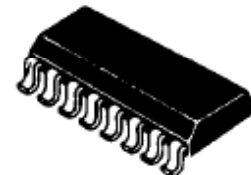
- Foi criado por um conjunto de fabricantes uma série de circuitos integrados possuidores das funções lógicas mais utilizadas (por exemplo portas NAND, NOR, NOT etc.)
- Estes dispositivos foram projectados de forma a que circuitos integrados distintos com funções lógicas distintas fossem compatíveis electricamente entre si
- Na prática não seria possível conectar uma pastilha de silício directamente a um circuito electrónico.



(a)

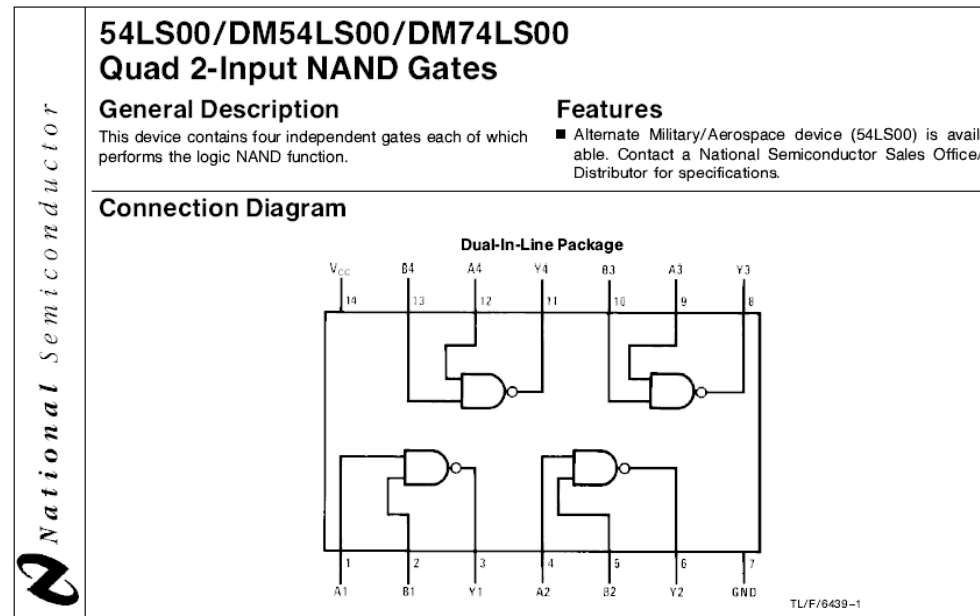


(b)



(c)

- Identificação dos pinos de um integrado!



- Num circuito integrado lógico, o número de portas necessárias à execução das funções dependem da complexidade da operação a ser realizada

Nível de Integração	Número de Portas
Integração em Pequena Escala (SSI)	<12
Integração em Média Escala (MSI)	[12,100[
Integração em Larga Escala (LSI)	[100,10000[
Integração em Muito Larga Escala (VLSI)	[10000,100000[
Integração em Ultra Larga Escala (ULSI)	≥100000

$V_{IH}$ (min)	Nível de tensão mínimo capaz de representar o nível lógico '1' à entrada de um circuito digital
$V_{IL}$ (max)	Nível de tensão máximo capaz de representar ainda o nível lógico '0' à entrada de um circuito digital
$V_{OH}$ (min)	Nível de tensão mínimo capaz de representar o nível lógico '1' à saída de um circuito digital
$V_{OL}$ (max)	Nível de tensão máximo capaz de representar o nível lógico '0' à saída de um circuito digital
$I_{IH}$	Valor da corrente que circula na entrada de um circuito digital quando um nível lógico alto é aplicado.
$I_{IL}$	Valor da corrente que circula na entrada de um circuito digital, quando um nível lógico baixo é aplicado.
$I_{OH}$	Valor da corrente que circula na saída de um circuito digital, quando um nível lógico alto é gerado.
$I_{OL}$	Valor da corrente que circula na saída de um circuito digital, quando um nível lógico baixo é gerado.



Recommended Operating Conditions								
Symbol	Parameter	DM54LS00			DM74LS00			Units
		Min	Nom	Max	Min	Nom	Max	
V <sub>CC</sub>	Supply Voltage	4.5	5	5.5	4.75	5	5.25	V
V <sub>IH</sub>	High Level Input Voltage	2			2			V
V <sub>IL</sub>	Low Level Input Voltage			0.7			0.8	V
I <sub>OH</sub>	High Level Output Current			-0.4			-0.4	mA
I <sub>OL</sub>	Low Level Output Current			4			8	mA
T <sub>A</sub>	Free Air Operating Temperature	-55		125	0		70	°C

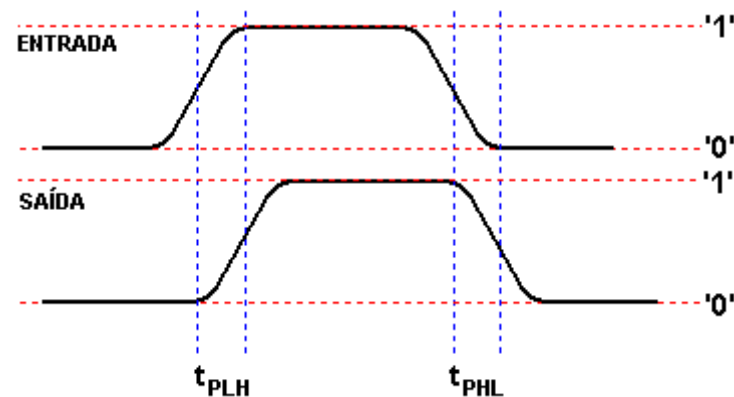
Electrical Characteristics over recommended operating free air temperature range (unless otherwise noted)							
Symbol	Parameter	Conditions	Min	Typ (Note 1)	Max	Units	
V <sub>I</sub>	Input Clamp Voltage	V <sub>CC</sub> = Min, I <sub>I</sub> = -18 mA			-1.5	V	
V <sub>OH</sub>	High Level Output Voltage	V <sub>CC</sub> = Min, I <sub>OH</sub> = Max, V <sub>IL</sub> = Max	DM54	2.5	3.4	V	
			DM74	2.7	3.4		
V <sub>OL</sub>	Low Level Output Voltage	V <sub>CC</sub> = Min, I <sub>OL</sub> = Max, V <sub>IH</sub> = Min	DM54		0.25	0.4	V
			DM74		0.35	0.5	
		I <sub>OL</sub> = 4 mA, V <sub>CC</sub> = Min	DM74		0.25	0.4	
I <sub>I</sub>	Input Current @ Max Input Voltage	V <sub>CC</sub> = Max, V <sub>I</sub> = 7V			0.1	mA	
I <sub>IH</sub>	High Level Input Current	V <sub>CC</sub> = Max, V <sub>I</sub> = 2.7V			20	μA	
I <sub>IL</sub>	Low Level Input Current	V <sub>CC</sub> = Max, V <sub>I</sub> = 0.4V			-0.36	mA	
I <sub>OS</sub>	Short Circuit Output Current	V <sub>CC</sub> = Max (Note 2)	DM54	-20		-100	mA
			DM74	-20		-100	
I <sub>CCH</sub>	Supply Current with Outputs High	V <sub>CC</sub> = Max		0.8	1.6	mA	
I <sub>CCL</sub>	Supply Current with Outputs Low	V <sub>CC</sub> = Max		2.4	4.4	mA	

- Teoricamente é possível ligar um número infinito de portas lógicas a outra porta lógica
- Define-se *Fan-Out* como o número máximo de portas lógicas que podem ser ligadas simultaneamente à saída de outra porta lógica

$$FO_L = \frac{I_{OL}}{I_{IL}} \qquad FO_H = \frac{I_{OH}}{I_{IH}}$$

Se FOL for diferente de FOH considera-se o menor dos dois!

Outra característica a considerar: tempo de propagação das portas

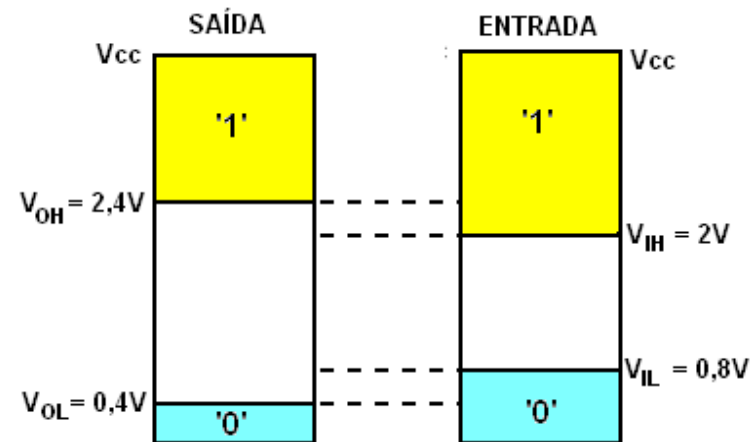


## Imunidade ao ruído.

- A capacidade de um circuito lógico tolerar variações de tensão sem alterar o seu funcionamento é quantificada pela margem de ruído.

$$MR_H = V_{OH}(\text{min}) - V_{IH}(\text{min})$$

$$MR_L = V_{IL}(\text{max}) - V_{OL}(\text{max})$$



## Famílias de CI Lógicos

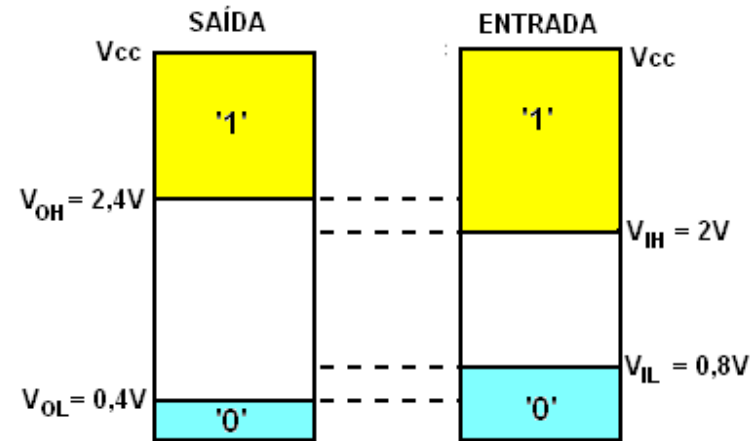
- TTL
- CMOS

### Diferenças:

- Concepção Interna
- Níveis de Tensão
- Outras características eléctricas

### TTL

Na família TTL os dispositivos são alimentados por uma fonte de tensão contínua de 5V



(banda morta)

**Na lógica TTL, uma entrada desconectada é considerada como estando ao nível lógico alto.**

- Por forma a definir que tipo de operação lógica realiza um CI TTL, estes possuem uma referência escrita sobre o invólucro.

<b>Código</b>	<b>Significado</b>	<b>Particularidade</b>
<b>L</b>	Low Power	Baixo consumo de potência quando comparada com a série padrão. Baixa velocidade de operação.(obsoleta)
<b>H</b>	High-Velocity	Maior velocidade de operação do que a série L mas maior consumo de potência.(obsoleta)
<b>S</b>	Schottky	Reduz o retardo de armazenamento aumentado a velocidade de operação. Consumo de potência equivalente à série H.
<b>LS</b>	Low-Power Schottky	Versão S com menor consumo e menor velocidade.
<b>AS</b>	Advanced Schottky	Série TTL mais rápida. Maiores Fan-Outs
<b>ALS</b>	Advanced Low-Power Schottky	Melhor desempenho que a série LS no que se refere à potência e velocidade de operação

<b>Código</b>	<b>Designação</b>
74LS00	4 Portas NAND de duas entradas
74LS02	4 Portas NOR de duas entradas
74LS04	6 Portas Inversoras
74LS08	4 portas AND de duas entradas
74LS10	3 portas NAND de três entradas
74LS11	3 portas AND de três entradas

## CMOS

### Principais características

- Baixo consumo de potência
- Elevada imunidade ao ruído
- Faixa de alimentação que se pode estender dos 3 aos 18V

O processo de fabrico da tecnologia CMOS é mais simples que o da TTL permitindo adicionalmente uma maior densidade de integração

### Desvantagens

- Menores velocidades de operação
- Homogeneidade de características de operação entre fabricantes
- A gama de valores que representam os estados lógicos não são constantes

- As séries 4000 e 14000 foram as primeiras da família CMOS.
- Séries mais recentes : 74C, 74HC e 74HCT.
- Estas últimas três séries possuem a particularidade de serem compatíveis pino-a-pino com os seus homólogos TTL

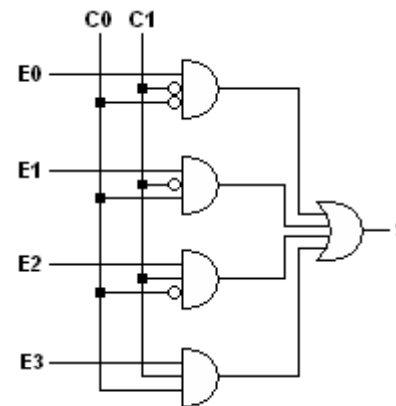
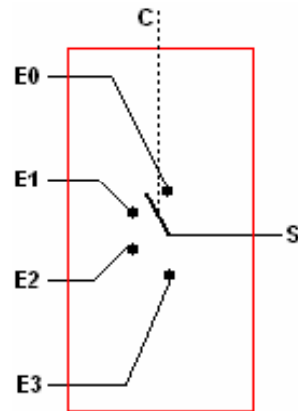
Código	Designação
4000	2 Portas NOR de três entradas e Inversor
4002	2 Portas NOR de quatro entradas
4012	2 Portas NAND de quatro entradas
74HC00	4 portas NAND de duas entradas
74HC107	Duplo Flip-Flop JK com Clear
74HC138	Descodificador 3 para 8

	74HC	4000B	74	74S	74LS	74AS	74ALS
Potência Dissipada (mW)	0,0025	0,001	10	20	2	8	1,2
Retardo Propagação (ns)	8	50	9	3	9,5	1,7	4
Produto velocidade/potência @100 KHz (pJ)	1,4	5	90	60	19	13,6	4,8
Máxima Frequência de Operação (MHz)	40	12	35	12,5	45	200	70
Margem de Ruído (V)	0,9	1,5	0,4	0,3	0,3	0,3	0,4



## Multiplexers e Demultiplexers

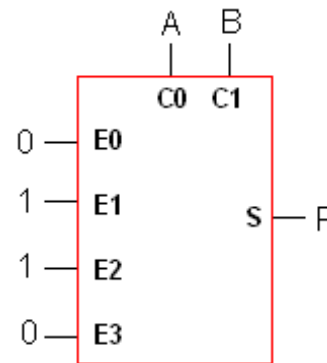
- A função de multiplexar consiste em transmitir por um só canal de saída alguma da informação presente em diversas linhas de entrada.
- Este tipo de dispositivo é constituído por um conjunto de  $2n$  entradas, apenas uma saída e um conjunto de  $n$  linhas de controlo (endereço)
- Para um determinado instante de tempo, e dependendo do estado das linhas de controlo, a saída possui o valor lógico idêntico a uma e uma só das suas entradas.



C0	C1	S
0	0	E0
0	1	E1
1	0	E2
1	1	E3

- Como exemplo de um multiplexer comercial em tecnologia TTL aponta-se, por exemplo, o **74LS42**.
- Um multiplexer pode ser usado também para gerar funções lógicas arbitrárias das variáveis de controlo.

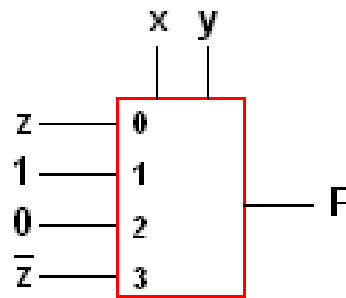
### Exemplo #1: Implementação da função OU-EXCLUSIVO



**Exemplo #2:**

$x$	$y$	$z$	$F$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$x$	$y$	$z$	$F$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0



## COMPARADORES DIGITAIS

- Os comparadores digitais são circuitos combinatórios usados para determinar se dois números binários são iguais ou distintos e, neste último caso, qual deles é maior.

