

- Apenas é permitido ter em cima da mesa de exame os enunciados e folhas entregues pelo docente.
- A cotação das perguntas encontra-se indicada, no fim das mesmas, entre parêntesis retos.
- O aluno detetado a plagiar verá o seu exame anulado e poderá incorrer em processo disciplinar.

Duração da prova: 1 hora e ½ .

1- Obtenha a forma canónica conjuntiva associada à seguinte tabela de verdades [2]:

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

R:

$$F(X, Y, Z) = (X + Y + Z) \cdot (X + \bar{Y} + \bar{Z}) \cdot (\bar{X} + Y + \bar{Z}) \cdot (\bar{X} + \bar{Y} + Z)$$

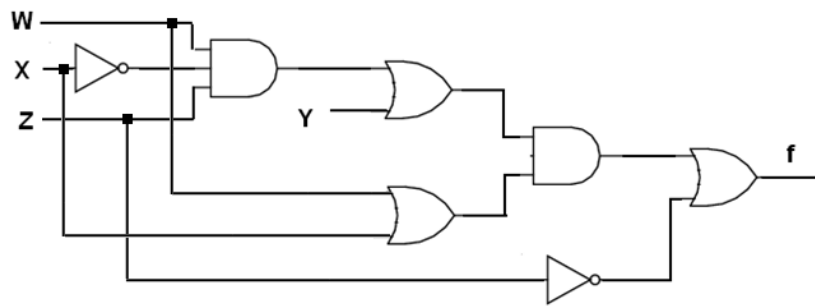
2- Utilizando os teoremas da álgebra de Boole minimize-a seguinte expressão [3]

$$F(X, Y, Z, W) = (WX + \bar{Z})(\bar{Y} + Z) + \bar{W}(X + \bar{Y})$$

R:

$$\begin{aligned}
 F(X, Y, Z, W) &= (WX + \bar{Z})(\bar{Y} + Z) + \bar{W}(X + \bar{Y}) \\
 &= X \cdot \bar{Y} \cdot W + X \cdot Z \cdot W + \bar{Y} \cdot \bar{Z} + \bar{Z} \cdot Z + X \cdot \bar{W} + \bar{Y} \cdot \bar{W} \quad (\text{aplicando a propriedade distributiva}) \\
 &= X \cdot \bar{Y} \cdot W + X \cdot Z \cdot W + \bar{Y} \cdot \bar{Z} + X \cdot \bar{W} + \bar{Y} \cdot \bar{W} \quad (\text{pois } \bar{Z} \cdot Z = 0 \text{ e } 0 + A = A) \\
 &= \bar{Y} \cdot (X \cdot W + \bar{W}) + X \cdot (Z \cdot W + \bar{W}) + \bar{Y} \cdot \bar{Z} \quad (\text{aplicando a propriedade associativa}) \\
 &= \bar{Y} \cdot (X + \bar{W}) + X \cdot (Z + \bar{W}) + \bar{Y} \cdot \bar{Z} \quad (\text{aplicando a propriedade distributiva e } A + \bar{A} = 1) \\
 &= \bar{Y} \cdot X + \bar{Y} \cdot \bar{W} + X \cdot Z + X \cdot \bar{W} + \bar{Y} \cdot \bar{Z} \quad (\text{aplicando a propriedade distributiva}) \\
 &= \bar{Y} \cdot \bar{W} + X \cdot Z + X \cdot \bar{W} + \bar{Y} \cdot \bar{Z} \quad (\text{aplicando } A \cdot B + \bar{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \bar{A} \cdot C)
 \end{aligned}$$

3- Observe o seguinte diagrama lógico:



a) Escreva a expressão lógica na forma algébrica que relacione a saída com as quatro entradas [2].

R:

$$F(X, Y, Z, W) = \bar{Z} + (\bar{X} \cdot Z \cdot W + Y) \cdot (X + W)$$

b) Utilizando os mapas de Karnaugh obtenha uma expressão simplificada e equivalente à da alínea anterior [2].

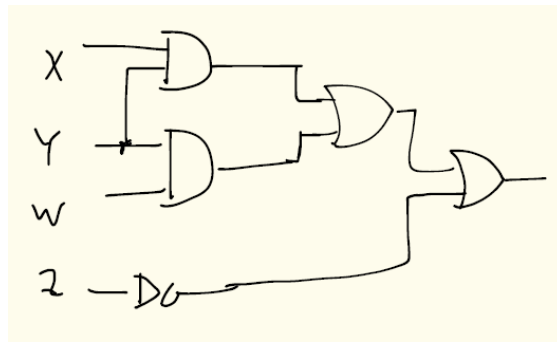
R:

$$F(X, Y, Z, W) = \bar{Z} + Y \cdot X + Y \cdot W + \bar{X} \cdot \bar{Z} \cdot W$$

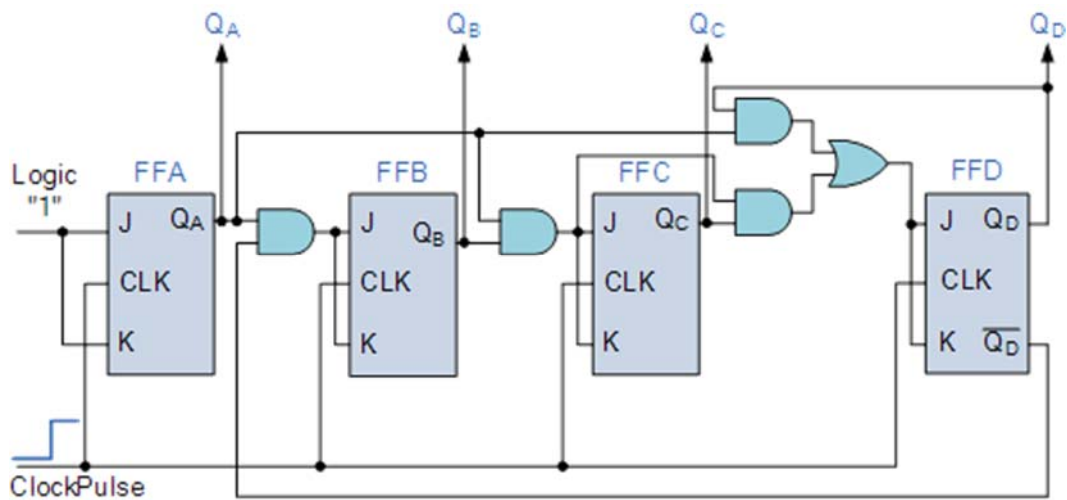
Z W \ X Y		00		01		11		10	
		00	01	11	10	00	01	11	10
00	00	1	1	1	1	1	1	1	1
	01	1	1	1	1	1	1	1	1
11	00		1		1		1		
	01						1		

$$F(X, Y, Z, W) = \bar{Z} + Y \cdot X + Y \cdot W$$

c) Desenhe o diagrama lógico associado à expressão lógica da alínea (b) considerando apenas portas lógicas de duas entradas [2].



4- Considere o seguinte contador:



Admita que inicialmente as saídas de todos os flip-flop's são zero.

a) Obtenha as equações de excitação dos flip-flop's. Ou seja, as equações lógicas responsáveis pela ativação das entradas J e K. [2]

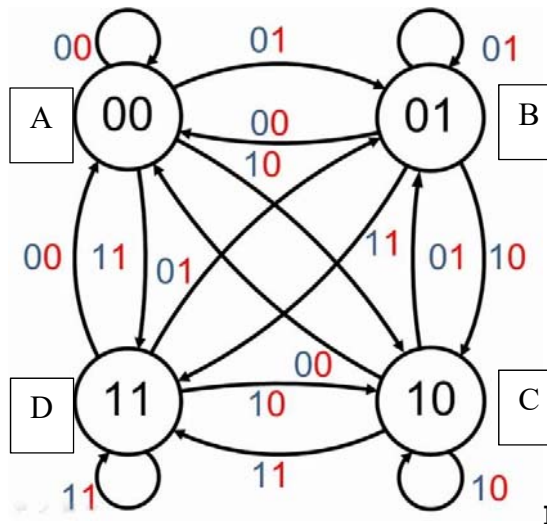
$$\begin{aligned}
 J_A &= K_A = 1 \\
 J_B &= K_B = Q_A \cdot \bar{Q}_D \\
 J_C &= K_C = Q_B \cdot Q_A \\
 J_D &= K_D = Q_A \cdot Q_D + Q_A \cdot Q_B \cdot Q_C
 \end{aligned}$$

b) Obtenha a sequência de saída $Q_A Q_B Q_C Q_D$ para as primeiras 5 transições ascendentes do sinal de clock sabendo que no instante atual essa combinação é 0000. [2]

	$Q_A Q_B Q_C Q_D$	$Q_A Q_B Q_C Q_D$	$J_A K_A$	$J_B K_B$	$J_C K_C$	$J_D K_D$
1	0 0 0 0	1 0 0 0	1 1	0 0	0 0	0 0
2	1 0 0 0	0 1 0 0	1 1	1 1	0 0	0 0
3	0 1 0 0	1 1 0 0	1 1	0 0	0 0	0 0
4	1 1 0 0	0 0 1 0	1 1	1 1	1 1	0 0
5	0 0 1 0	1 0 1 0	1 1	0 0	0 0	0 0
6	1 0 1 0	1 1 1 0	1 1	1 1	0 0	0 0

0 -> 8 -> 4 -> 12 -> 2 -> 10

5- Considere um circuito digital sequencial síncrono com duas entradas e duas saídas cujo comportamento se encontra representado pelo seguinte diagrama de estados. Com base em flip-flops tipo K, projete o circuito digital que implementa esta operação. [5]



R:

Com 4 estados são necessários 2 flip-flop's: A= 00, B= 01, C=10, D=11

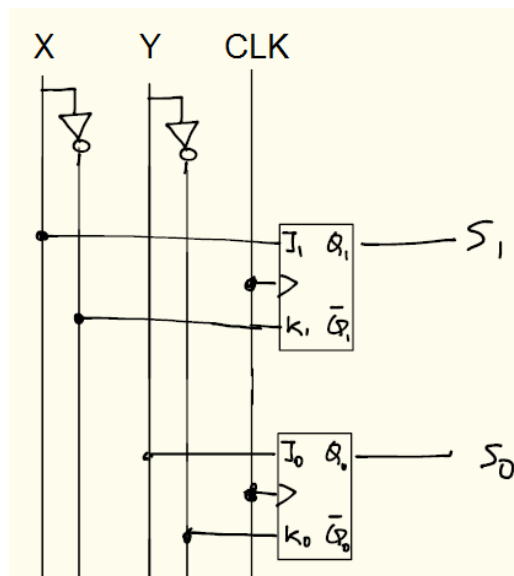
	Q_1, Q_0	X Y	Q_1, Q_0	J_1, K_1, J_0, K_0	S_1	S_0
A	0 0	0 0	0 0	0 X 0 X	0	0
	0 0	0 1	0 1	0 X 1 X	0	0
	0 0	1 0	1 0	1 X 0 X	0	0
	0 0	1 1	1 1	1 X 1 X	0	0
B	0 1	0 0	0 0	0 X X 1	0	1
	0 1	0 1	0 1	0 X X 0	0	1
	0 1	1 0	1 0	1 X X 1	0	1
	0 1	1 1	1 1	1 X X 0	0	1
C	1 0	0 0	0 0	X 1 0 X	1	0
	1 0	0 1	0 1	X 1 1 X	1	0
	1 0	1 0	1 0	X 0 0 X	1	0
	1 0	1 1	1 1	X 0 1 X	1	0
D	1 1	0 0	0 0	X 1 X 1	1	1
	1 1	0 1	0 1	X 1 X 0	1	1
	1 1	1 0	1 0	X 0 X 1	1	1
	1 1	1 1	1 1	X 0 X 0	1	1

Equações de Excitação:

$$S_1 = Q_1 \quad J_1 = X \quad K_1 = \bar{X}$$

$$S_0 = Q_0 \quad J_0 = Y \quad K_0 = \bar{Y}$$

Diagrama lógico:



FIM DA PROVA