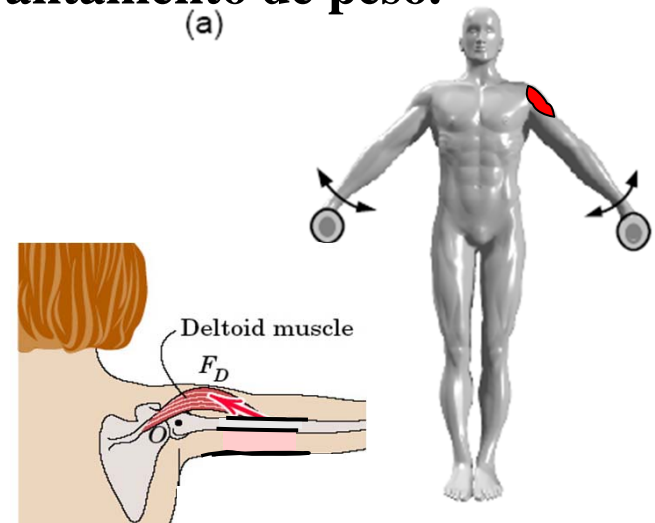


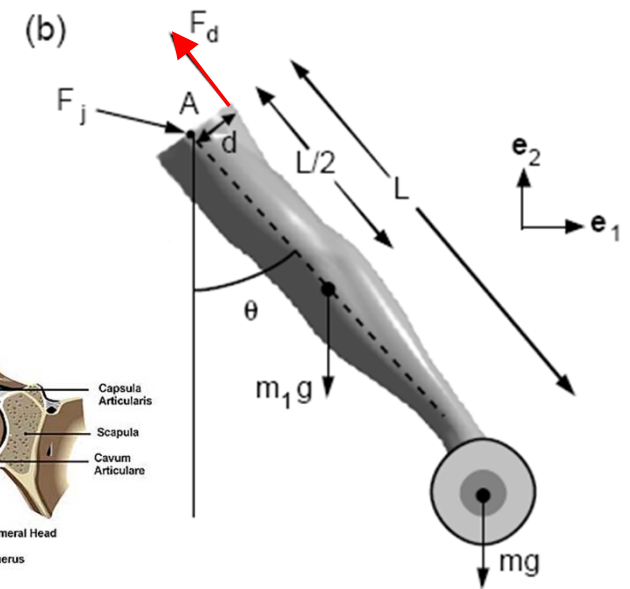
# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas musculo esqueléticos.**
- **Força interna no músculo deltóide. Exemplo de levantamento de peso.**

O levantamento de pesos envolve a rotação de um segmento anatómico do corpo humano, o braço. Como este movimento é lento, o efeito da inércia é desprezável. Assim, o exemplo seguinte é traduzido pela análise estática de levantamento de peso em (a). O músculo deltóide, pertencente aos músculos do ombro, é localizado acima do braço. Este musculo esquelético, liga os ossos do ombro (clavícula e espátula) com a parte final externa do úmero. A função primária do grupo deste músculo é fazer a abdução dos braços.



O diagrama de corpo livre do braço, para a situação descrita, é o representado em (b). O ponto A é representativo do centro de rotação através da articulação do úmero ao ombro.



i) Pretende-se que calcule a **força interna muscular**  $F_d$  (no músculo deltóide) sabendo que:  $d$  é a dimensão entre A e  $F_d$ ,  $m_1$  a massa do braço,  $L$  o comprimento do braço,  $m$  a massa do peso que se pretende levantar e  $\theta$  a inclinação do braço em relação à vertical.

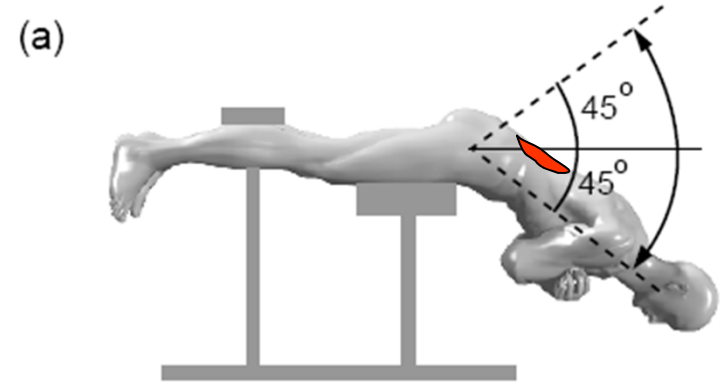
ii) Determine o valor da força interna no caso em que:

$$d=5[\text{cm}], m_1=5[\text{kg}], m=9[\text{kg}], L=73[\text{cm}] \text{ e } \theta =90^\circ.$$

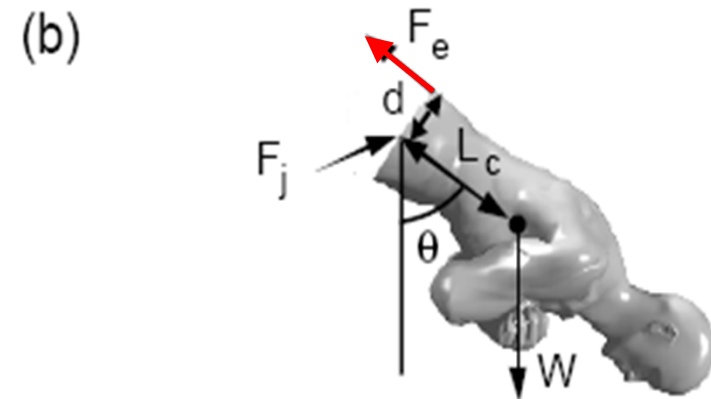
# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas musculo esqueléticos.**
- **Força interna no músculo *erector spinae*. Exemplo flexão do tronco.**

O atleta representado na figura (a) utiliza um sistema especial para flectir o tronco na posição horizontal. O movimento oscila entre a posição representada e a posição horizontal. Assuma que o exercício efectuado pelo atleta é lento, pelo que as equações de equilíbrio estático podem ser utilizadas.



O músculo *erector spinae* é o único envolvido na flexão do tronco. Determine a **força muscular interna** para a posição representada através do corpo livre em (b), sabendo que:  $\theta=45^\circ$ ,  $m=37[\text{kg}]$ ,  $L_c=44[\text{cm}]$  e  $d=4[\text{cm}]$ .



Considere outras amplitudes:  $90^\circ$  e  $135^\circ$ . Verifique o valor da força interna exercida no músculo em relação ao peso do individuo ( $\sim 2m$ ).

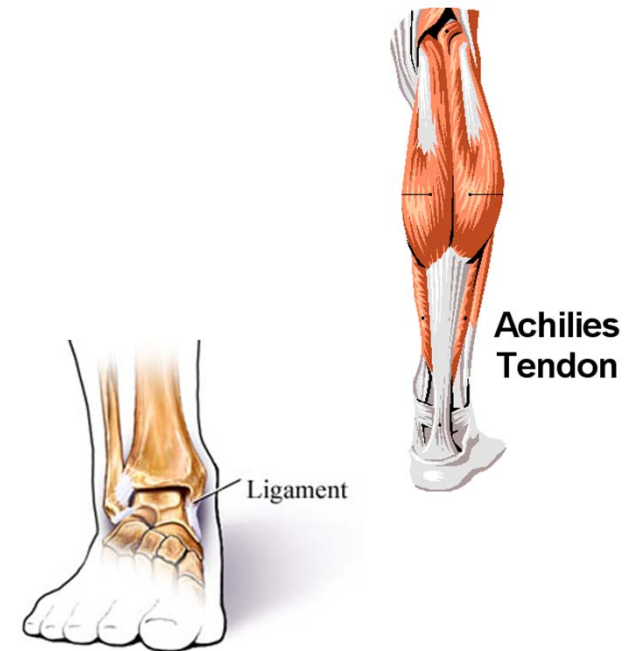
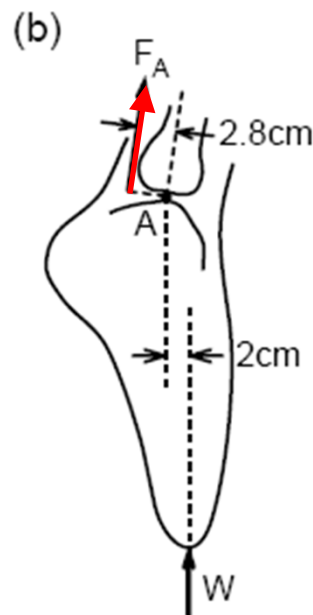
Nota: o momento resultante que actua na zona das vértebras lombar deve ser igual a zero.

# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas musculo esqueléticos.**
- **Força interna no tendão de *Achilles*. Exemplo dançarina.**

A dançarina representada na figura (a) encontra-se numa posição particular. O tendão de *Achilles* é o único envolvido no equilíbrio do corpo. Sabendo que a dançarina tem um peso correspondente a uma massa de 46[kg], e que o diagrama de corpo livre, representado em (b), indica as dimensões necessárias, determine a **força muscular interna** para a posição representada, sabendo que  $W$  representa a força de contacto ao solo.

Nota: o momento resultante que actua na zona da ligação entre o pé e a perna deve ser igual a zero.



# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas auxiliares ortopédicos.**
- **Ajudas técnicas.**

As figuras representam estruturas tubulares concebidas de forma a funcionarem como ajudas técnicas de auxílio em pacientes.



Andarilho fixo



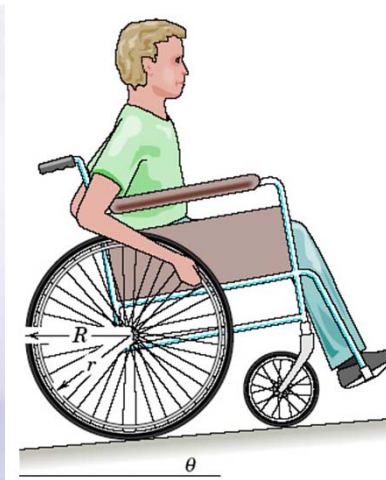
Andarilho móvel



Andarilho Articulado



Bengala



Cadeira de rodas



Ortese policentrica



Auxiliar de braço



Cama para apoio e de elevação



# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas auxiliares ortopédicos.**
- **Forças internas em auxiliares de marcha. Exemplo andarilho com rodas, (*Zimmer frame with wheels*)**

O sistema auxiliar seguinte representa um andarilho com rodas constituído por uma estrutura tubular em alumínio. As ligas de alumínio constituídas por pequenas percentagens de cobre, silício, magnésio e zinco, são muito variadas. A diferente composição dos diferentes elementos e o facto de poderem ser tratadas termicamente, conferem-lhe uma gama variada de aplicações. As características principais do alumínio, entre outras, são: reduzida massa volúmica; boa resistência à corrosão atmosférica; elevado alongamento e baixa resistência à rotura, que permitem fácil enformação; reciclável...

Sabendo que o sistema vai ser utilizado por uma pessoa com um peso representativo de uma massa de 60kg, ao qual corresponde uma força de  $F=60*9.8$  [N], calcule as forças internas ao longo de todo o sistema tubular.

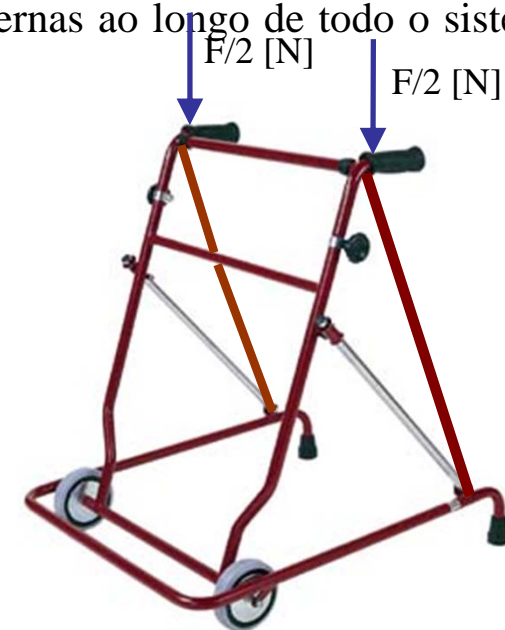
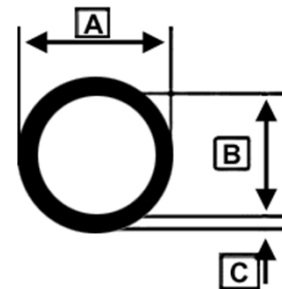
[www.extrusal.pt](http://www.extrusal.pt)

refª D.010.005

Nota 1) Considere uma secção tubular com as seguintes dimensões: diâmetro externo (A) de 25[mm], diâmetro interno (B) de 19[mm] e espessura (C) de 3[mm].

$$\text{Área}=2.07E-4[\text{m}^2]$$

Nota 2) Considere que o alumínio tem um módulo de elasticidade de  $70E9[\text{N}/\text{m}^2]$ .

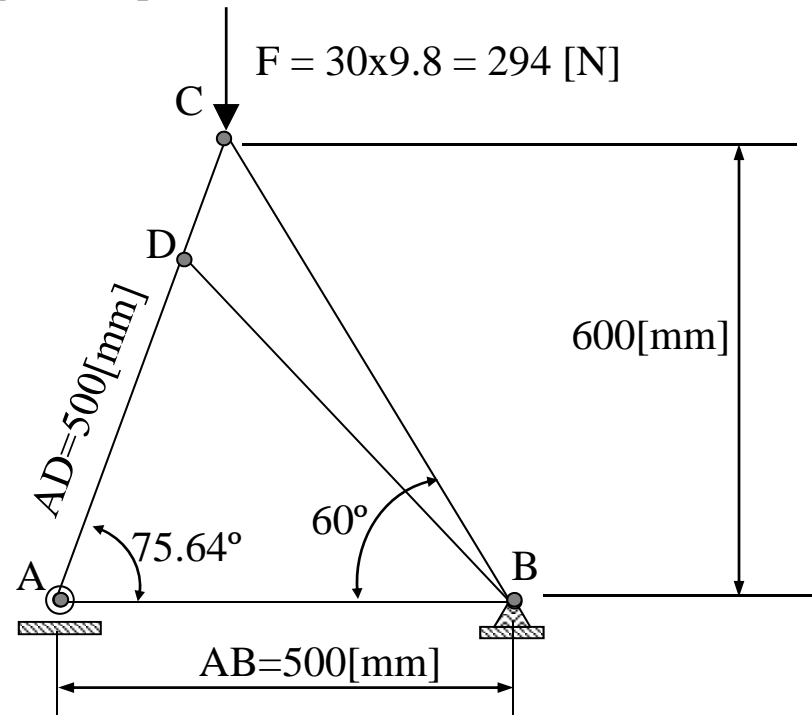
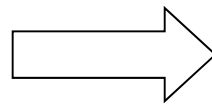


# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas auxiliares ortopédicos.**
- **Forças internas em auxiliares de marcha. Exemplo andarilho com rodas**

Solução analítica: Como a geometria e o carregamento são simétricos estuda-se metade do sistema.

Neste problema considerou-se que o peso do paciente se reflecte todo na vertical.



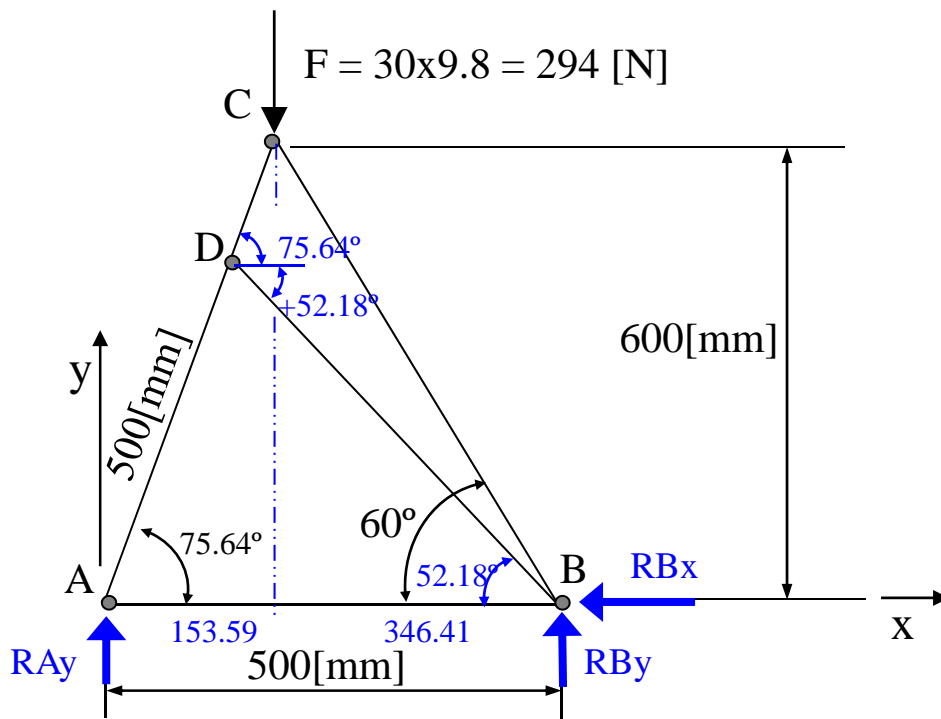
Nota1: O cálculo das forças internas na estrutura será função do equilíbrio estático da estrutura e em cada nó (ponto de ligação entre corpos). As forças reactivas ou de contacto ao solo representarão um apoio simples em A e um apoio duplo em B.

Nota2: utilizar sempre nos resultados 2 casas decimais.

# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas auxiliares ortopédicos.**
- **Forças internas em auxiliares de marcha. Exemplo andarilho com rodas**

Cont. solução analítica: Diagrama de corpo livre, referencial e restantes dimensões a calcular.



i) Equilíbrio estático: cálculo das forças reactivas

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\begin{Bmatrix} -RBx \\ RAy + RBy \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -294 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{cases} RBx = 0 \\ RAy + RBy = 294 \end{cases}$$

$$\sum \vec{M}_B = \vec{0}$$

$$\vec{BC} \times \vec{F}_C + \vec{BA} \times \vec{F}_A = \vec{0}$$

$$\begin{Bmatrix} -0.34641 \\ 0.6 \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ -294 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -0.5 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} 0 \\ RAy \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

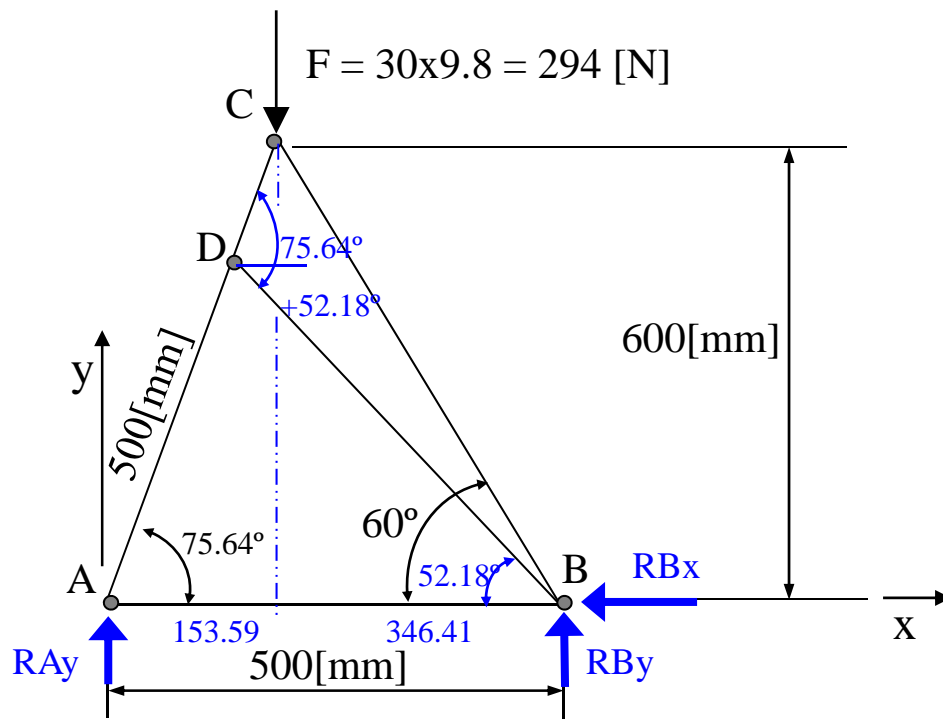
$$\begin{cases} RAy = 203.69\text{ N} \\ RBy = 90.31\text{ N} \end{cases}$$

# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

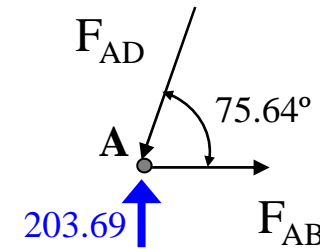
- **Sistemas auxiliares ortopédicos.**
- **Forças internas em auxiliares de marcha. Exemplo andarilho com rodas**

Cont. solução analítica

ii) Equilíbrio estático: nó a nó  $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$



Nó A



$$\begin{cases} F_{AB} - F_{AD} \cos 75.64 = 0 \\ 203.69 - F_{AD} \sin 75.64 = 0 \end{cases}$$

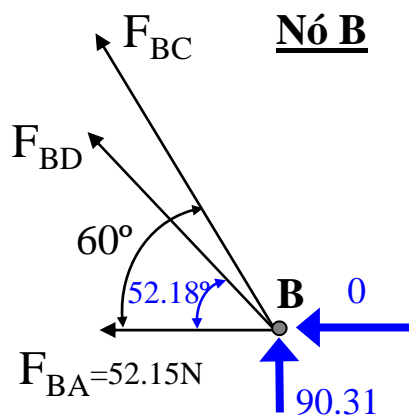
$$\begin{cases} F_{AD} = 210.26 N \\ F_{AB} = 52.15 N \end{cases}$$



# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

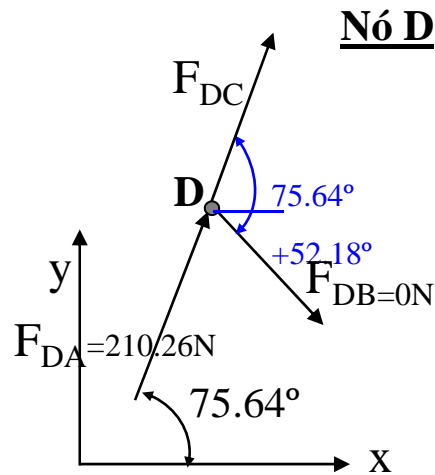
- **Sistemas auxiliares ortopédicos.**
- **Forças internas em auxiliares de marcha. Exemplo andarilho com rodas**

Cont. solução analítica: cálculo das forças internas no sistema.

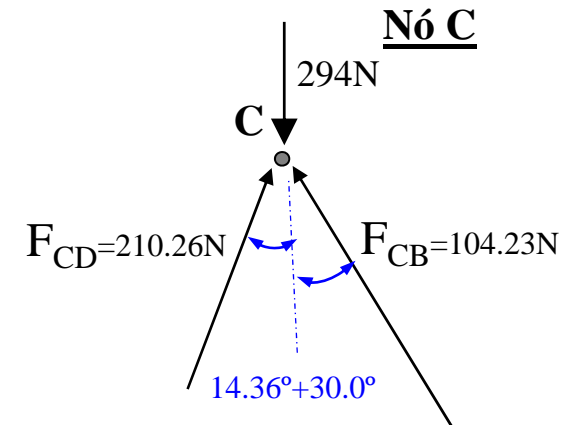


$$\begin{cases} -52.15 - F_{BD} \cos 52.18 - F_{BC} \cos 60 = 0 \\ 90.31 + F_{BD} \sin 52.18 + F_{BC} \sin 60 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{BD} \cong 0N \\ F_{BC} = -104.23N \end{cases}$$



$$\begin{cases} 210.26 \cos 75.64 + F_{DC} \cos 75.64 = 0 \\ 210.26 \sin 75.64 + F_{DC} \sin 75.64 = 0 \\ F_{DC} = F_{DA} = -210.26N \end{cases}$$

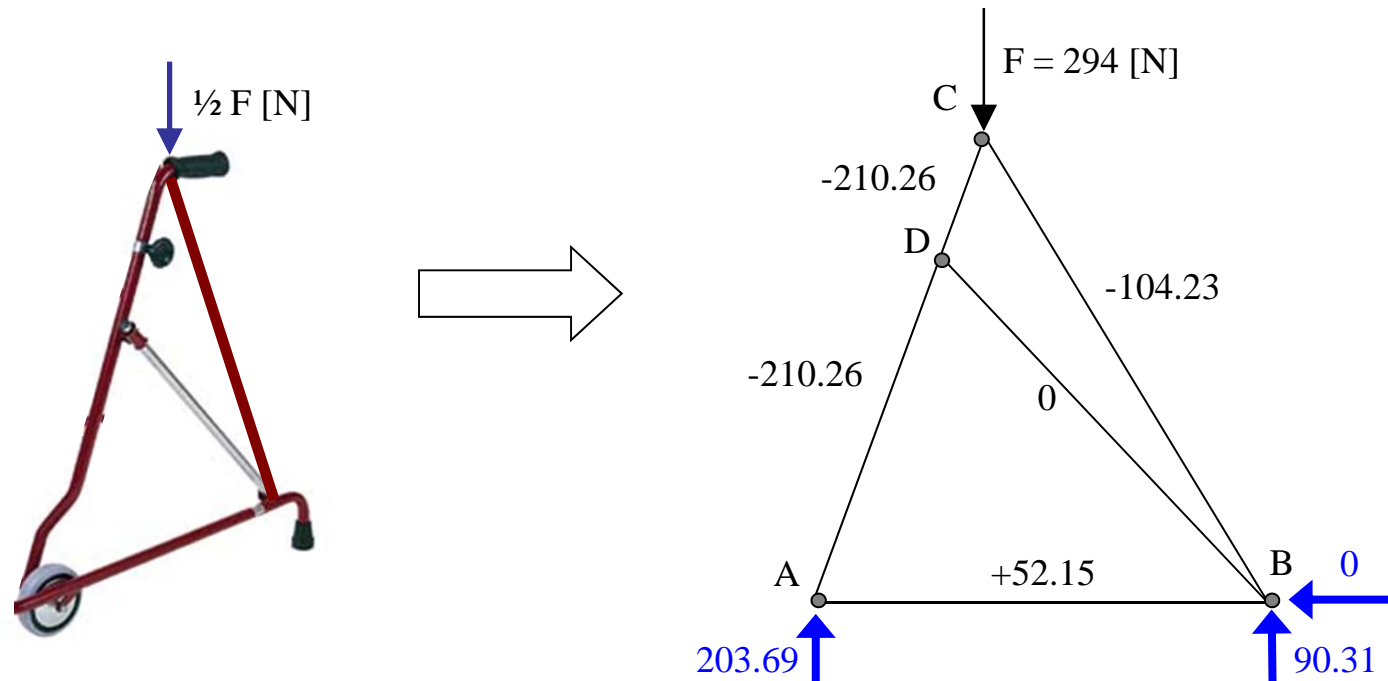


$$\begin{cases} F_{CD} \sin 14.36 - F_{CB} \sin 30 = 0 \\ F_{CD} \cos 14.36 + F_{CB} \cos 30 - 294 = 0 \end{cases}$$

# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas auxiliares ortopédicos.**
- **Forças internas em auxiliares de marcha. Exemplo andarilho com rodas**

**Solução analítica:** As forças reactivas e as forças internas ao longo de toda a estrutura são as representadas no esquema seguinte. Estas forças estão calculadas em [N]. O sinal negativo (-) indica que é uma força de compressão e o sinal positivo (+) que se trata de uma força de tracção.



# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas auxiliares ortopédicos.**
- **Forças internas em auxiliares de marcha. Exemplo andarilho com rodas**

Solução numérica: DOCUMENTO INFORMATIVO PARA UTILIZAÇÃO DO ANSYS

## 1ª FASE: PRÉ-PROCESSAMENTO

### 1) SELECCIONAR O ÍCONE 'ANSYS'

FILE>CHANGE DIRECTORY> (o nome do ficheiro fica com o nome 'file')

### 2) SELECCIONAR A JANELA 'PREFERENCES'>STRUTURAL > H\_METHOD > OK

### 3) SELECCIONAR A JANELA 'PREPROCESSOR':

ELEMENT TYPE > ADD/EDIT/DELETE> ADD> LINK >2D spar 1> OK > CLOSE

### 4) SELECCIONAR A JANELA 'PREPROCESSOR':

REAL CONSTANTS>ADD/EDIT/DELETE > ADD> OK>area=\_\_\_\_\_ OK> CLOSE

MATERIALS PROPS > MATERIAL MODELS > STRUCTURAL > LINEAR > ELASTIC >ISOTROPIC

EX=77E9 > OK >MATERIAL > EXIT

### 5) SELECCIONAR A JANELA 'PREPROCESSOR':

MODELING > CREATE > KEYPOINTS > IN ACTIVE CS > (dar as coordenadas x, y dos vários nós)

MODELING > CREATE > LINES > IN ACTIVE COORD > (ligar os nós dois a dois e fazer linhas)

### 6) SELECCIONAR A JANELA 'PREPROCESSOR':

MESHING>SIZE CNTRL>MANUAL SIZE>LINES> ALL LINES> APPLY> NDIV= 1 >OK

### 7) SELECCIONAR A JANELA 'PREPROCESSOR':

MESHING > MESH> LINES> PICK ALL > OK

### 8) SELECCIONAR A JANELA 'PREPROCESSOR':

LOADS > DEFINE LOADS > APPLY > STRUCTURAL > DISPLACEMENT > ON NODES > ( pick node )

se: UX / UY > VALUE= 0 > OK ( quando ux=uy=0; apoio duplo )

se: UY > VALUE= 0 > OK ( quando uy=0; apoio simples)

# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas auxiliares ortopédicos.**
- **Forças internas em auxiliares de marcha. Exemplo andarilho com rodas**

9) SELECCIONAR A JANELA 'PREPROCESSOR':

LOADS > DEFINE LOADS > APPLY > STRUCTURAL > FORCE/MOMENT > ON NODES ( pick node ) >APPLY>

FX > VALUE=\_\_\_\_\_ > OK

FY > VALUE=\_\_\_\_\_ > OK

**2ª FASE: PROCESSAMENTO / SOLUÇÃO**

10) SOLUTION > SOLVE > CURRENT LS > OK > CLOSE (if solution is done, então o problema foi bem resolvido e sem erro)

**3ª FASE: PÓS-PROCESSAMENTO**

11) GENERAL POSTPROC > ELEMENT TABLE > DEFINE TABLE > ADD

procurar " By sequence num " – SMISC e escrever SMISC,1 Apply >OK >CLOSE

12) GENERAL POSTPROC > PLOT RESULTS > CONTOUR PLOT > LINE ELEM RESULTS

e procurar I= SMISC J=SMISC (este código dá o diagrama de esforços axiais)

Pode ainda ver gráfico da deformada:

Janela PLOT > RESULTS / DEFORMED SHAPE

Pode ainda ver listagem de resultados para comparação:

Janela LIST > RESULTS / NODAL SOLUTION / DOF SOLUTION ---ALL DOFS (PRINT)

Janela LIST > RESULTS / REACTION SOLUTION / ALL ITEMS (PRINT)

Janela LIST > RESULTS / ELEMENT TABLE DATA / seleccionar (SMISC)

PARA GUARDAR FICHEIRO DE IMAGEM PARA POSTERIOR IMPRESSÃO OU COLOCAÇÃO EM RELATÓRIO:

PLOT CTRLS > HARD COPY>TO FILE...>(o ficheiro fica guardado no directório de trabalho)

OUTROS MENUS E COMANDOS IMPORTANTES: PLOTCTRLS > NUMBERING > PLOTCTRLS > PAN-ZOOM-ROTATE

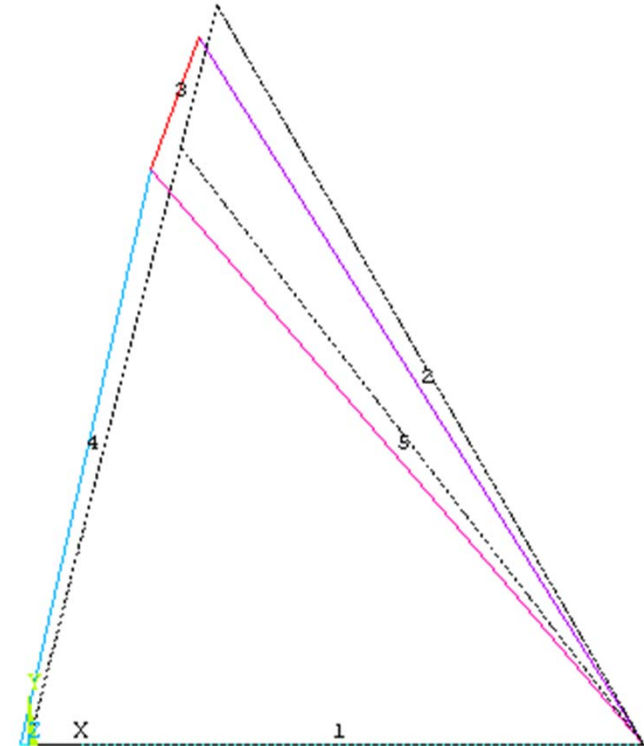
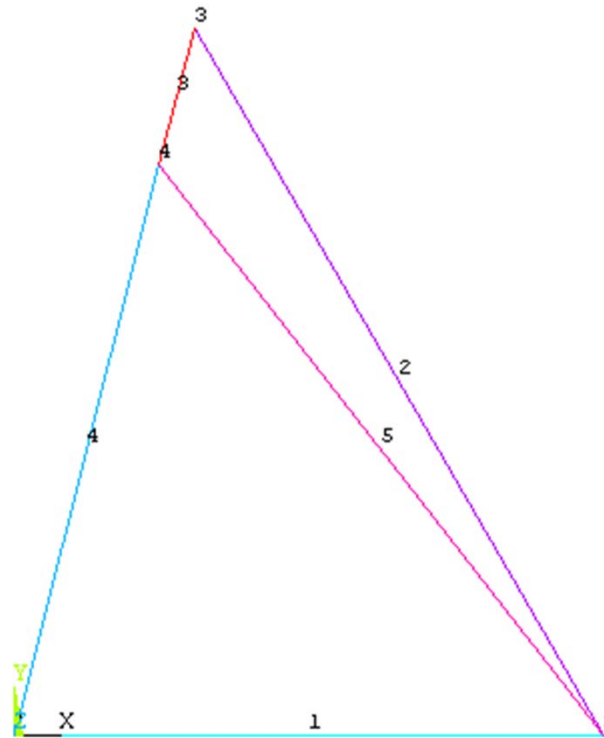
# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas auxiliares ortopédicos.**
- **Forças internas em auxiliares de marcha. Exemplo andarilho com rodas**  
Solução numérica. Utilização do elemento de barra LINK.

Criação da geometria (modelação).

Deformada (resultados).

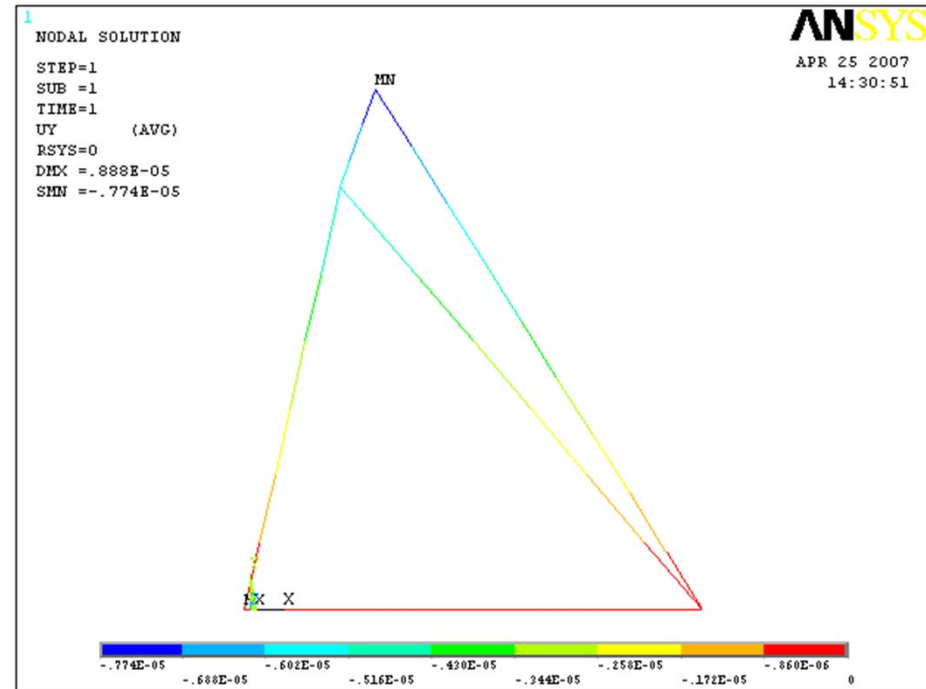
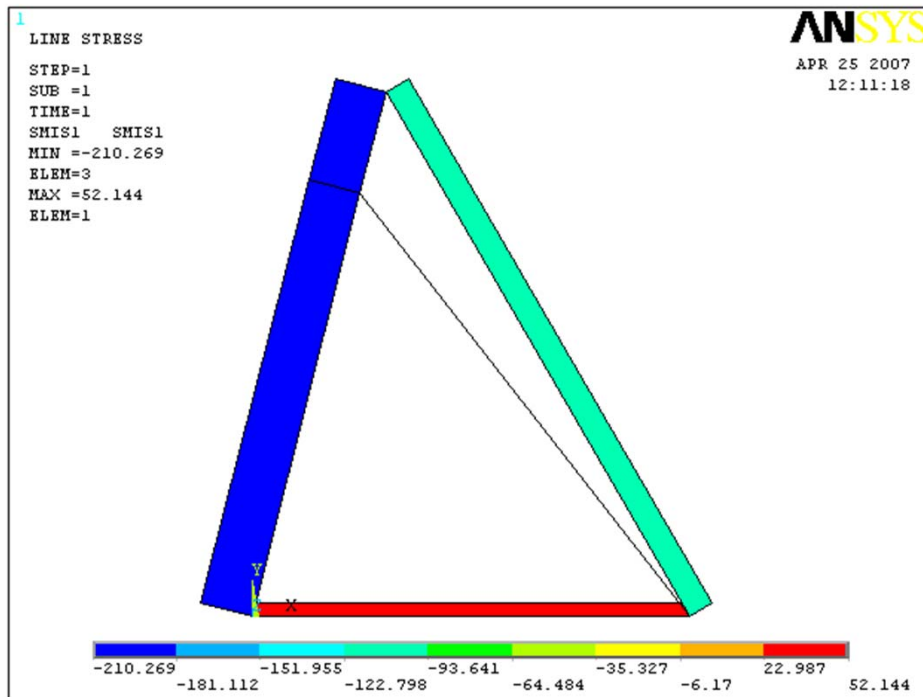
KEYPOINTS		
NO.	X	Y
1	0.00000	0.0000
2	0.50000	0.0000
3	0.15359	0.60000
4	0.12400	0.48438



# Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas auxiliares ortopédicos.**
- **Forças internas em auxiliares de marcha. Exemplo andarilho com rodas**  
Solução numérica.

Resultados das forças internas normais ou axiais ao longo dos vários elementos.



## Cap.6 – FORÇAS INTERNAS, 2D E 3D

- **Sistemas auxiliares ortopédicos.**
- **Forças internas em auxiliares de marcha. Exemplo andarilho com rodas**  
Solução analítica e numérica. Comparação de resultados.

Componente	Força reactivas [N]	
	Analítico	Numérico
RAy	203.69	203.69
RBx	0	0
RBy	90.31	90.31

Componente	Força interna [N], Analítico	Força interna [N], Numérico	Erro Relativo [%]
AB	+52.15	+52.14	0.01917
AD	-210.26	-210.27	0.00475
DC	-210.26	-210.27	0.00475
DB	0	-0.018	-
CB	-104.23	-104.27	0.03837

### Observação/Conclusão:

- 1) Verifica-se uma boa concordância nos resultados.
- 2) O componente DB não absorve esforços internos.
- 3) Com a excepção do componente AB que está à tracção, os restantes componentes absorvem forças de compressão, como seria de esperar.