

INTRODUÇÃO À BIOMECÂNICA TEÓRICA, APLICADA E COMPUTACIONAL

Curso de Biomecânica Aplicada à Medicina Dentária

Faculdade de Medicina Dentária
Universidade do Porto
23 e 24 de Março de 2007



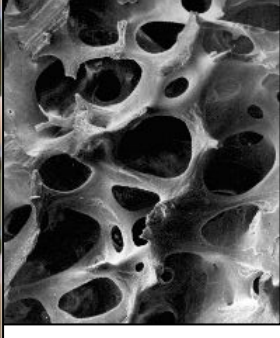
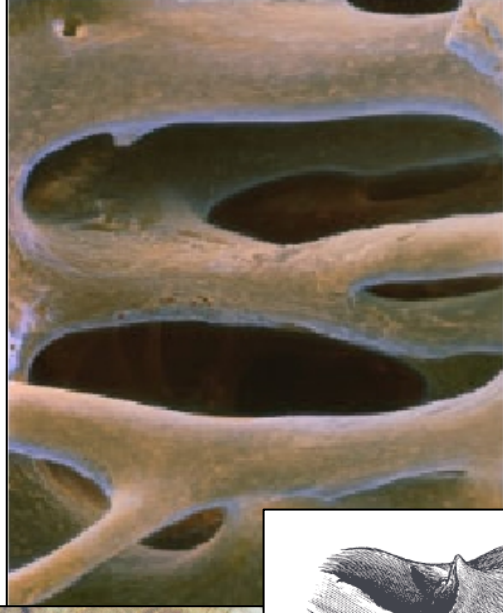
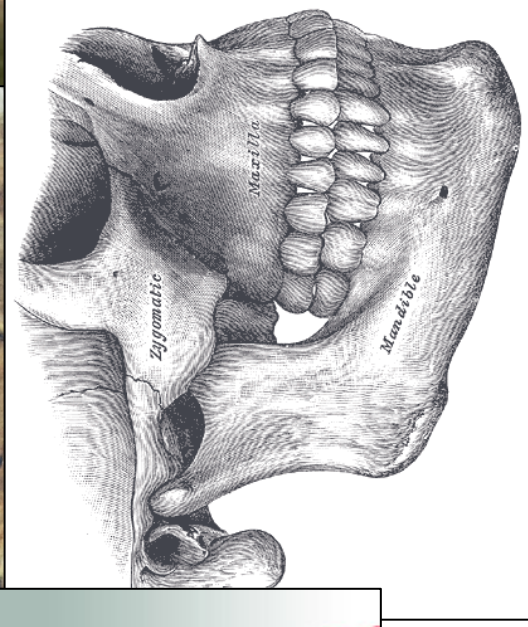
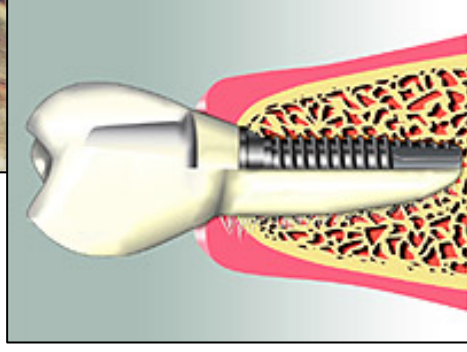
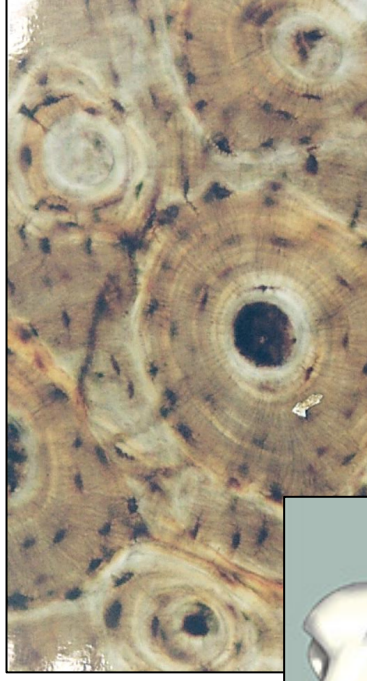
Paulo Piloto
Instituto Politécnico de Bragança
web: www.ipb.pt/~ppiloto
E.mail: ppiloto@ipb.pt

SUMÁRIO

- Materiais e suas propriedades mecânicas;
- Forças externas;
- Momento de uma força e binário;
- Leis da mecânica clássica;
- Forças internas;
- Tensões normais e de corte;
- Tensão num ponto;
- Deformação num ponto;
- Leis constitutivas dos materiais;
- Critérios de resistência;
- Tensão equivalente;
- Modelos computacionais de aproximação em biomecânica.

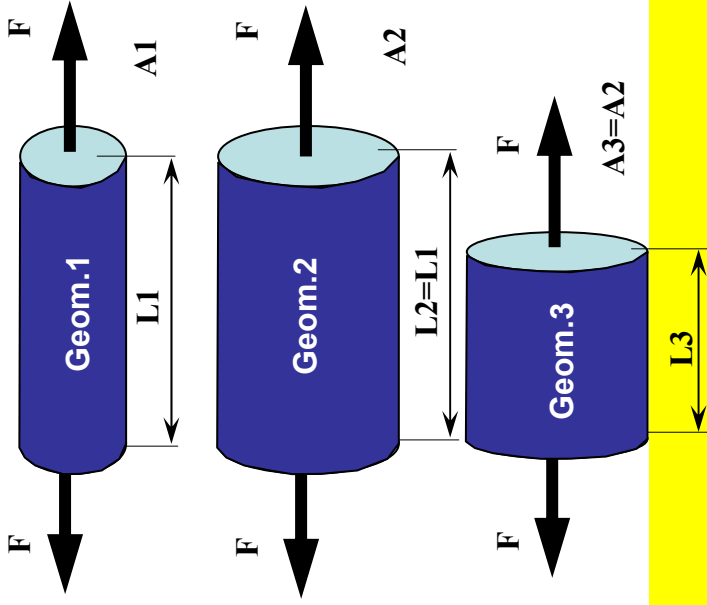
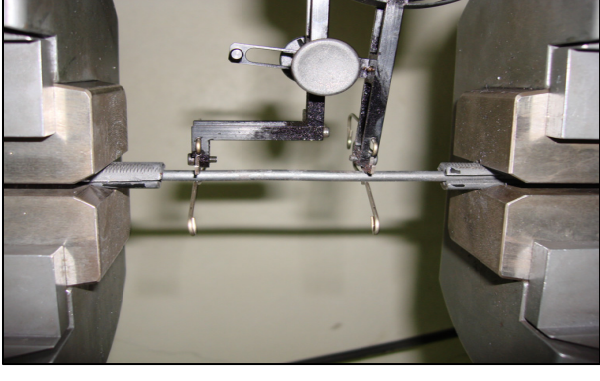
MATERIAIS E SUAS PROPRIEDADES

- Definição de propriedades mecânicas:
 - características intrínsecas do material que dependem da composição molecular, e do arranjo estrutural.
 - ex: Alumínio, Titânio, aço inoxidável, tecido osso, ligamento, etc.

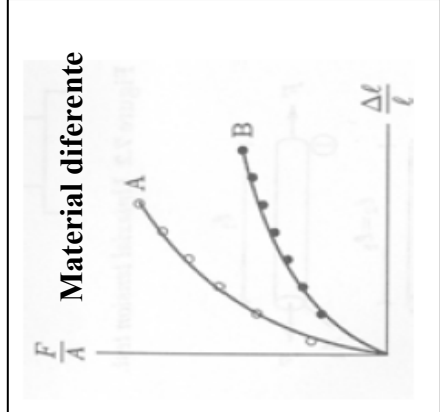
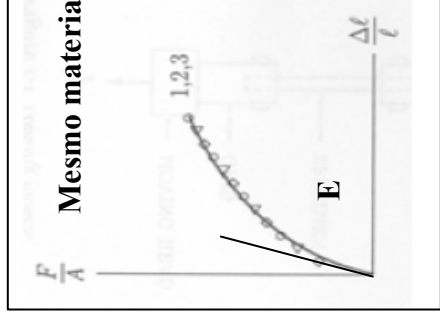
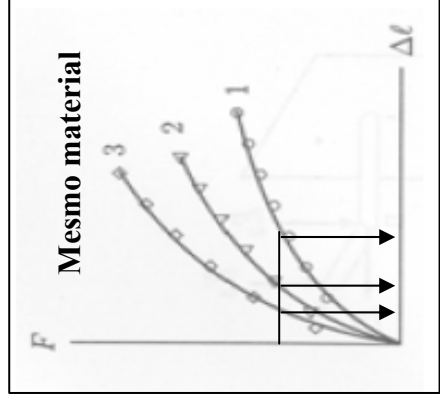


DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

- As características mecânicas dos materiais são determinadas experimentalmente, utilizando ensaios normalizados.
- Resultados expressos em função da força medida e do deslocamento medido.
- Resultados para o mesmo material, com geometria diferente.



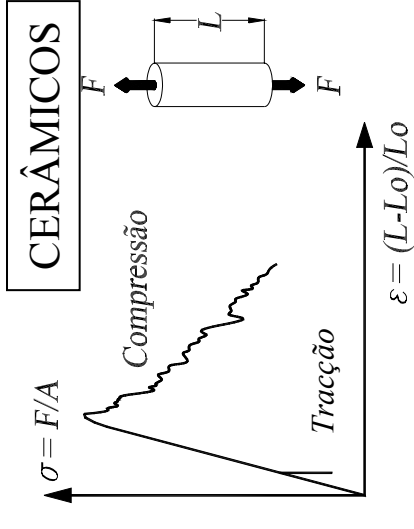
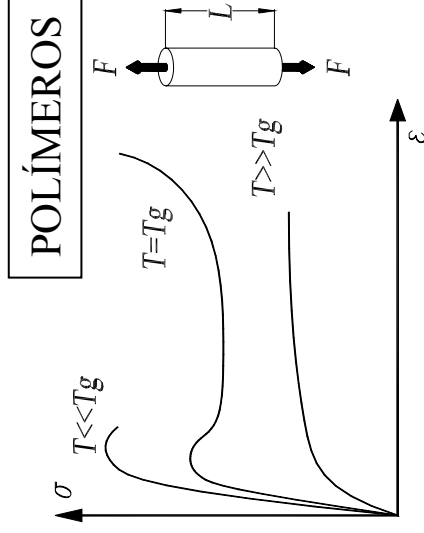
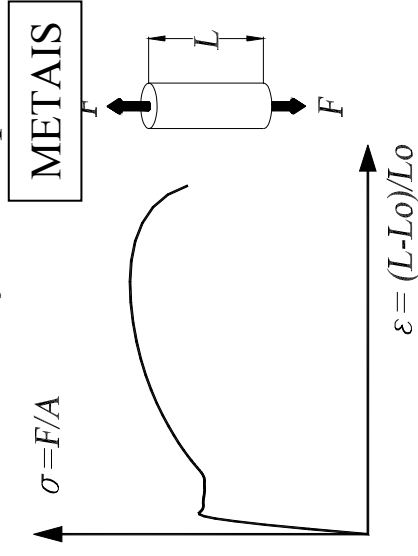
$$\sigma = E\varepsilon \Leftrightarrow \frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \Leftrightarrow \Delta L = \frac{FL}{AE}$$



DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

- Ensaios de laboratório conduzem a resultados diferentes.

– Função do tipo de material



Propriedades mecânicas	Tiânio (ASTM F136) [4]	Osso Cortical [6]	Osso Trabecular [6]
Módulo de Elasticidade Longitudinal (MPa)	110 x 10 ³	12,6 x 10 ³ 12,6 x 10 ³ 19,4 x 10 ³	1,148 x 10 ³ 0,210 x 10 ³ 1,148 x 10 ³
Módulo de Elasticidade Transversal (MPa)	43 x 10 ³	4850 5700 5700	68 68 434
Coefficiente de Poisson	0,31	0,3 0,39 0,39	0,01 0,055 0,322

[6] C.S. Petrie, J.L. Williams. Comparative evaluation of implant designs: influence of diameter, length, and taper on strains in the alveolar crest. A three-dimensional finite-element analysis. *Clinical Oral Implants Research*, 16, pp. 486-494, 2005.

Materiais ortotrópicos ↑

Material	Módulo de Young	Coefficiente de Poisson
Esmalte ¹⁵	4,1 x 10 ⁴ MPa	0,30
Dentina ¹⁵	1,9 x 10 ⁴ MPa	0,31
Polpa ¹⁵	2,07 MPa	0,45
Osso cortical ¹¹	1,37 x 10 ⁴ MPa	0,30
Osso esponjoso ¹¹	1,37 x 10 ² MPa	0,30
Ligamento periodontal ¹	7 x 10 ² MPa	0,49

Raquel S. Lotti, André Wilson Machado, Ênio Tonani Mazzeiro, James Landre Júnior ; "Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos"; R Dental Press Ortodon Ortop Facial, Maringá, v. 11, n. 2, p. 35-43, mar./abril 2006.

Materiais isotrópicos ↑

TABELA 1- Propriedades físicas dos materiais envolvidos.

Material	E (GPa)	μ	Referência
Tiânio	110	0,35	16
AgPd	95	0,33	17
CoCrP	218	0,33	17
Osso cortical	13,7	0,30	1, 18
Osso medular	1,5 (d=25%) 4,0 (d=50%)	0,30	18
	7,9 (d=75%)	0,30	18

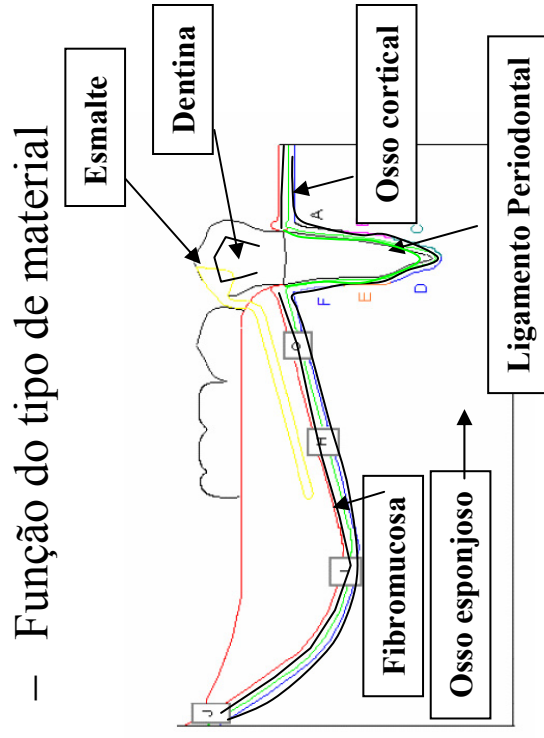
E - módulo de elasticidade
 μ - Poisson's ratio
d - densidade

José Henrique RUBO, Edson Antônio Capello SOUZA; "Métodos computacionais aplicados à bioengenharia: solução de problemas de carregamento em próteses sobre implantes"; Rev. Fob V.9, N.3/4, P.97-103, Jul./Dez. 2001

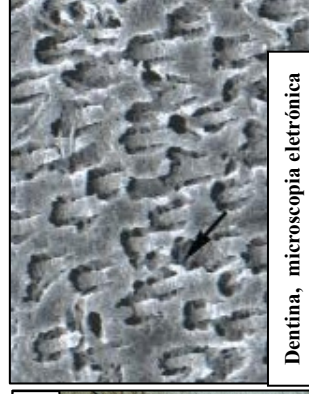
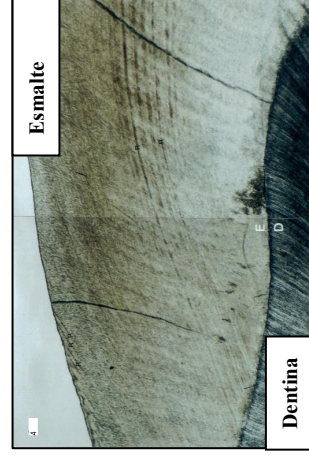
Materiais isotrópicos ↑

DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

- Ensaios de laboratório conduzem a resultados diferentes.



Materiais isotrópicos

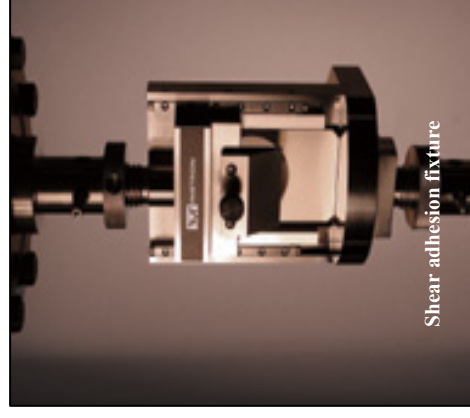
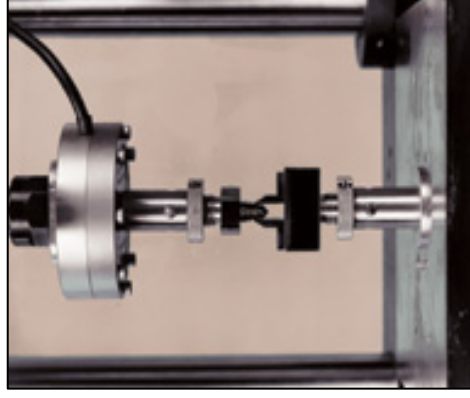


Material	Módulo de Elasticidade - E (GPa)	Coefficiente de Poisson (ν)	Autores
Ligamento Periodontal	0,0689	0,45	KO et al. (1992)
Dentina	18,6	0,31	KO et al. (1992)
Osso cortical	13,7	0,30	KO et al. (1992)
Osso esponjoso	1,37	0,30	KO et al. (1992)
Fibromucosa	$0,98 \times 10^{-3}$	0,30	KAWASAKI et al. (2001)
Liga CoCr	185	0,35	WILLIAMS (1981)
Resina acrílica	2,65	0,45	BRADEN; STAFFORD(1968)
Dentes artificiais	2,26	0,45	PEYTON; CRAIG (1963)

Renato Camargo; “Análise comparativa pelo método dos elementos finitos bidimensional das tensões geradas nas estruturas de suporte de prótese parcial removível da extremidade livre inferior sobre rebordo residual ascendente distal e descendente distal”; dissertação apresentada à Faculdade de odontologia da Universidade de São Paulo para obtenção do título de mestre, Brasil, 2005

OUTROS ENSAIOS

- Aplicações em medicina dentária:
 - Norma ISO 6872 define as regras para ensaio de materiais em flexão.
 - Norma ISO 11405 e ISO 7405 ajudam a determinar a tensão de aderência entre dois materiais (operações de restauro dentário).



FORÇA

- Grandeza vectorial:
 - Amplitude, direcção e sentido.
- Caracterização:
 - Ponto de aplicação, linha de acção.
- Aplicações:
 - Ortodontia, inclinação translação, intrusão, extrusão e ou rotação.
- Unidades SI: [N]
 - $9,81 \text{ [N]} = 1 \text{ [kg]} \times 9,81 \text{ [m/s}^2\text{]} \Leftrightarrow F = m \times g$
 - A uma massa de 1 [kg], corresponde uma força de 1 [kgf], equivale a 9,81 [N].

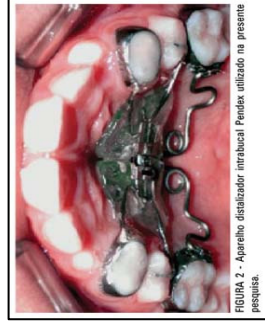
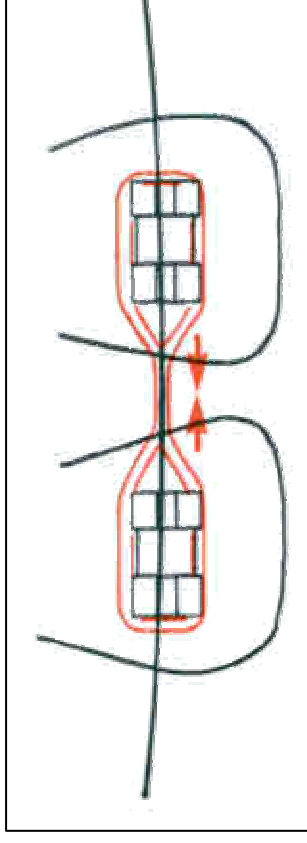


FIGURA 2 - Aparelho deslizador intrabucal Pendax, utilizado na presente pesquisa.

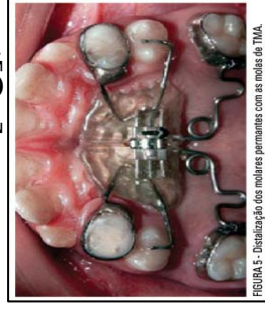
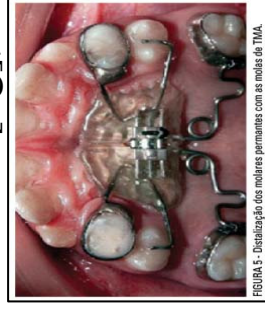
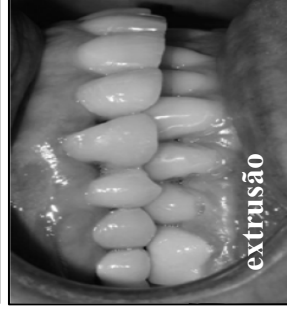
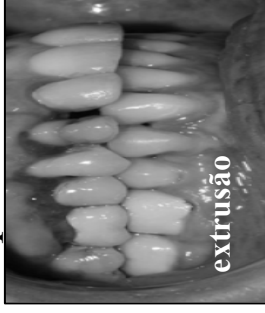


FIGURA 5 - Distalção dos molares permanentes com esmaltes de TMA.

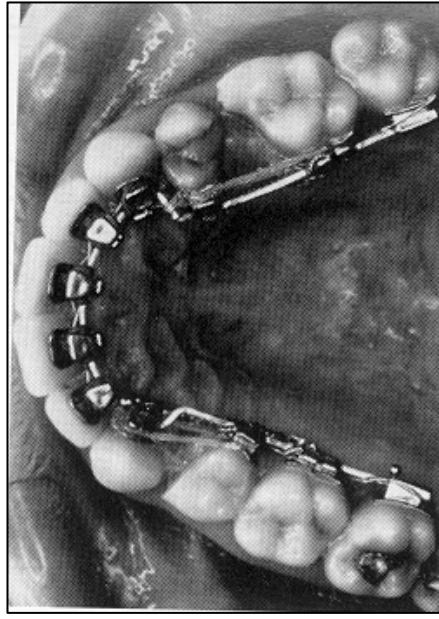
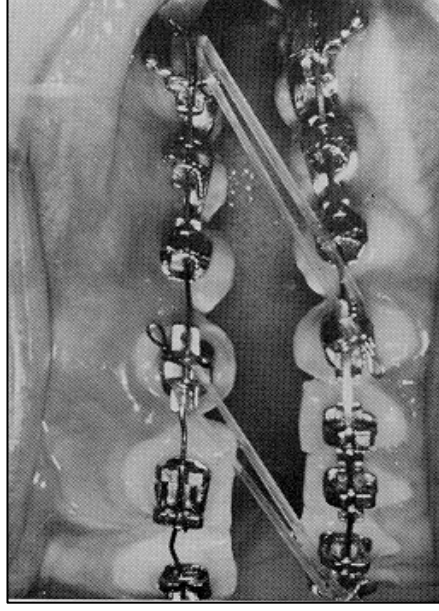
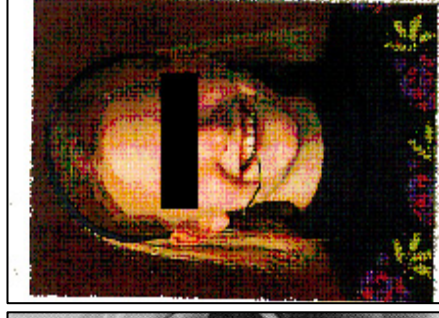
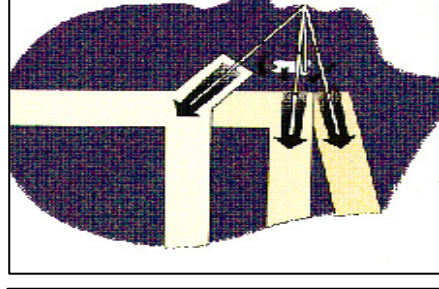
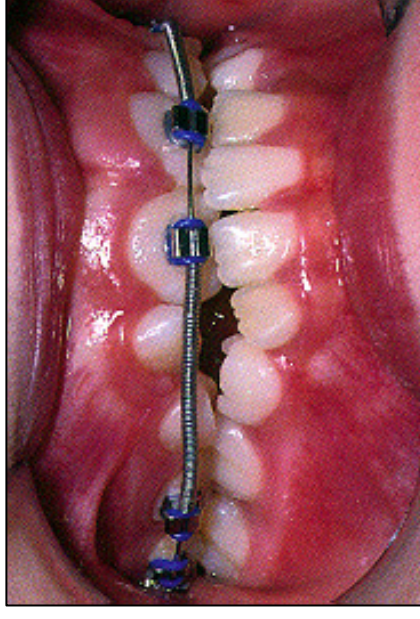


Ortodontia de movimento dos dentes – forças óptimas	
Tipos de movimentos	Força [gf] / [N]*
Inclinação (transl.+ rota.)	35-60 / ~0.35-0.60
Translação	70-120 / ~0.70-1.20
Endireitar raiz	50-100 / ~0.50-1.00
Rotação	35-60 / ~0.35-0.60
Extrusão	35-60 / ~0.35-0.60
intrusão	10-20 / ~0.10-0.20

* Valores que dependem do tamanho do dente. Valores inferiores para incisivos e valores superiores para dentes multirraiz (posteriores).

FORÇAS EXTERNAS

- Exemplo de aplicação de forças externas:
 - Forças externas intra-oral;
 - Forças externas extra-oral;
 - Forças de oclusão;
 - Forças de mastigação.



FORÇAS EXTERNAS DE MASTIGAÇÃO

- Forças de mastigação determinadas experimentalmente, utilizando célula de carga, com discos de plástico.
- Forças máximas foram registradas através dos picos dos histogramas.

Eduardo Piza PELLIZZER, Antonio MUENCH; "Forças de mordida relacionadas a próteses parciais removíveis inferiores"; Revista de Odontologia da Universidade de São Paulo, ISSN 0103-0663; Rev Odontol Univ São Paulo, v.12 n.4, São Paulo, Out./Dez. 1998.

TABELA 1 - Médias das forças de mordida (kgf) das diversas condições inerentes dos diversos grupos, números de ordem e de repetições das médias, contrastes das médias dentro de grupos e coeficientes de variação

Grupo	Ordem	Nº de dados	Condição intertendentes	Força (kgf)	Contraste de médias*	Coef. de variação (%)
(1) -Inf - PPR, Classe I, II e III - Antl. - Prótese total	1	30	(6,5,4,3,1)Mx(A)	7,0	b	41,6
	2	15	(5,4,3/2)Mx(A)	9,1	a b	29,1
	3	20	(2,1/2,1)Mx(A)	12,4	a b	34,3
	4	10	(4,3,2/2,1)Px(A)	11,4	a b	21,7
	5	20	(4,3,2/4,3)Px(A)	9,2	a b	37,2
	6	25	(1/4,3,2)Px(A)	11,2	a	37,6
	7	25	(D)x(A)	11,3	a	28,3
	8	15	(N)Mx(A)	11,2	a	23,0
	9	25	(N)Px(A)	13,5	a	29,9
	10	10	(N)C(m)K(A)	11,1	a b	34,1
	11	30	(N)C(f)K(A)	11,4	a	21,8
	12	20	(N)J(C)x(A)	10,1	a b	29,2
(2) -Inf - PPR, Classe I - Antl.(N/F)	13	10	(6,5,4,3,1)Mx(N/F)M	8,4	d	22,6
	14	20	(2,1/2,1)Mx(N/F)M	14,9	c	24,8
	15	10	(1/4,3,2)Px(N/F)P	11,5	c	25,8
	16	25	(N)Px(N/F)P	21,5	s	22,0
	17	20	(N)Cx(N/F)C	18,1	b	27,3
	18	10	(N)J(C)x(N/F)J(C)	14,4	b c	26,5
(3) -Inf - PPR, Classe I - Antl. - PPR Classes II e III	19	10	(6,5,4,3,1)Mx(N)M	7,2	b	34,9
	20	10	(2,1/2,1)Mx(N)M	11,8	a b	16,6
	21	10	(N)Px(N)P	16,1	a	23,0
	22	15	(N)Cx(N)C	14,2	a b	27,2
	23	10	(N)J(C)x(N)J(C)	9,4	a b	31,3
	24	10	(N)Px(O)P	12,2	a b	41,8
	25	10	(N)Cx(O)C	7,7	b	18,7
	26	10	(5,4,3,2,1/2,1)Mx(5,4,3,2,1/2,1)M	11,9	a b	52,9
	27	10	(5,4,3,2,1/2,1)Mx(O)M	12,2	a b	32,0
	28	10	(3,2,1/4,3,2)Px(O)P	13,1	a b	36,2
(4) -Inf - PPR, Classe II - Antl. - PPR Classes I, II, III e N/F	29	10	(N)Mx(N)M	21,0	a	27,8
	30	10	(N)Mx(O)M;(O)Mx(N)M;	21,8	a	28,6
	31	15	(N)Px(N)P;(N)Px(O)P;	21,7	a	40,9
	32	10	(O)Px(O)P	12,5	b c	19,6
	33	15	(N)Cx(N)C	18,3	a b	31,6
	34	10	(N)J(C)x(N)J(C)	12,3	b c	17,2
	35	10	(6,5,4,3,2,1)Mx(N)M	6,8	c	45,6
	36	10	(2,1/2,1)Mx(N)M	10,2	c	41,9
	37	10	(N)Px(O)P	13,9	b	14,4
	38	15	(N)Mx(N)M(m)	38,3	a	25,4
	39	20	(N)Mx(N)M(f)	26,8	c d	26,7
(5) -Inf - PPR, Classe III - Antl. - PPR Classes I, II, III e N/F	40	10	[(N)Mx(O)M;(O)Mx(N)M]e(f)	29,9	b c	28,8
	41	20	[(N)Mx(O)M;(O)Mx(N)M];	21,2	c	36,8
	42	10	(O)Px(O)P(m)	34,5	a b	27,4
	43	20	(N)Px(N)P(f)	25,9	c d	30,9
	44	15	[(N)Px(O)P;(O)Px(N)P];	22,7	d e	30,3
	45	15	[(O)Px(O)P(m)	19,0	c f	24,4
	46	10	(O)Px(O)P(f)	24,1	c d e	35,6
	47	15	(N)Cx(N)C(m)	19,8	c f	32,8
	48	10	(N)J(C)x(N)J(C)	15,2	f	38,1

* Dentro de cada grupo, médias com letras comuns (baseis urna) não diferem entre si significativamente.

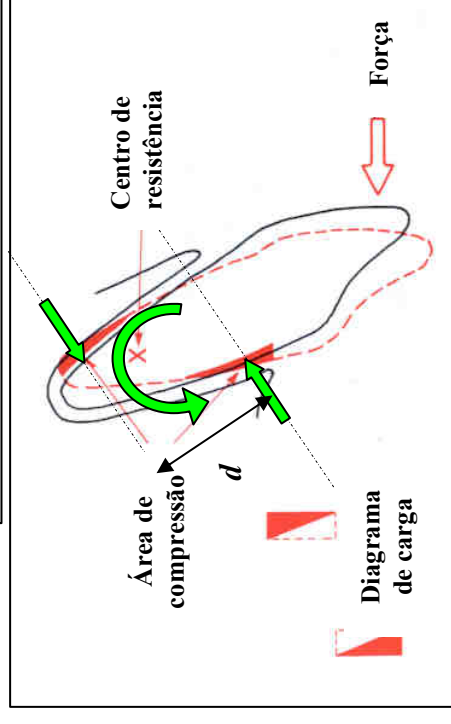
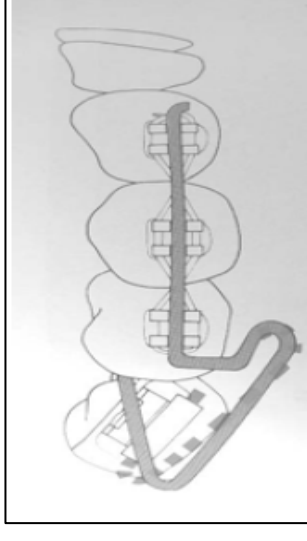
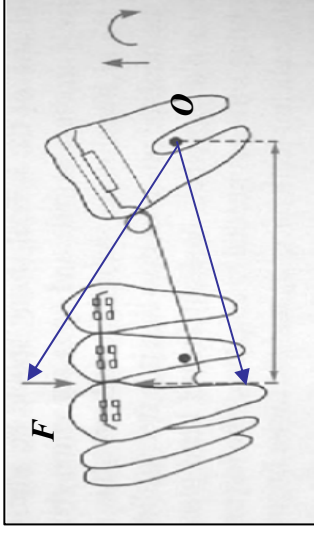
MOMENTO DE UMA FORÇA E BINÁRIO

- Grandeza vectorial:
 - Amplitude, direcção e sentido.
- Caracterização de binário:
 - Duas forças, com sentidos opostos e linha de acção não sobreposta.
- Aplicações:
 - Soluções de alavanca criadas para provocar movimento de dentes, etc.
- Unidades SI: [Nm]
- Expressão de cálculo de um momento de uma força:

$$\vec{M}_O^{\vec{F}} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \|\vec{M}_O^{\vec{F}}\| = \|\vec{r}\| \|\vec{F}\| \sin(\theta) = \|\vec{F}\| \text{braço}$$

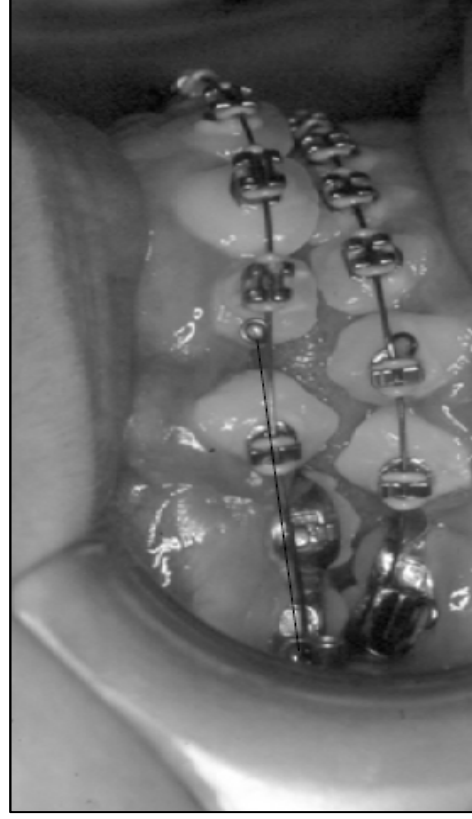
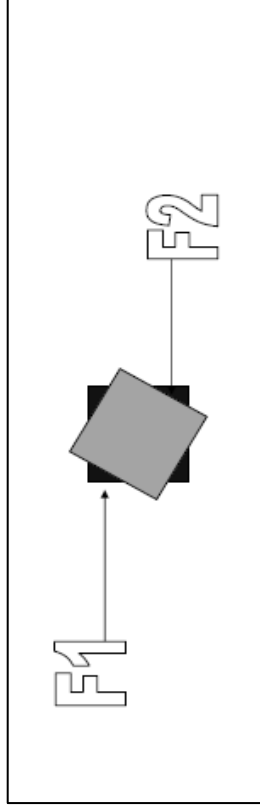
- Expressão de cálculo de momento de binário:

$$\|\vec{M}_{Qualquer}^{\vec{F}+(-\vec{F})}\| = \|\vec{F}\| d$$



MOMENTO DE UMA FORÇA E BINÁRIO

- Um binário produz rotação pura. A tendência para translação é cancelada.



LEIS DA MECÂNICA CLÁSSICA

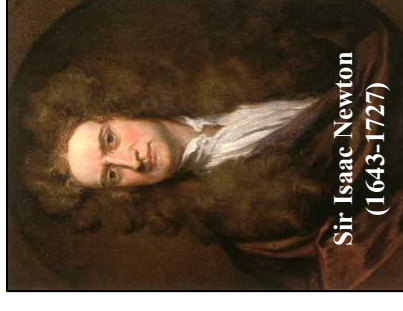
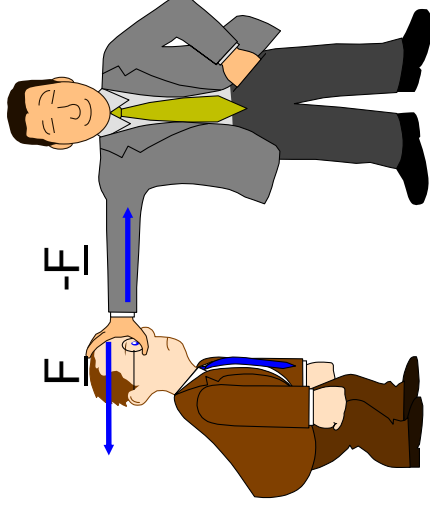
- Equilíbrio de corpos:
 - 1ª Lei de Newton, aplicada no equilíbrio estático de corpos;

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0} \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^n \vec{M}_P^{\vec{F}_i} = \vec{0}$$

- 2ª Lei de Newton, aplicada no equilíbrio dinâmico de corpos;

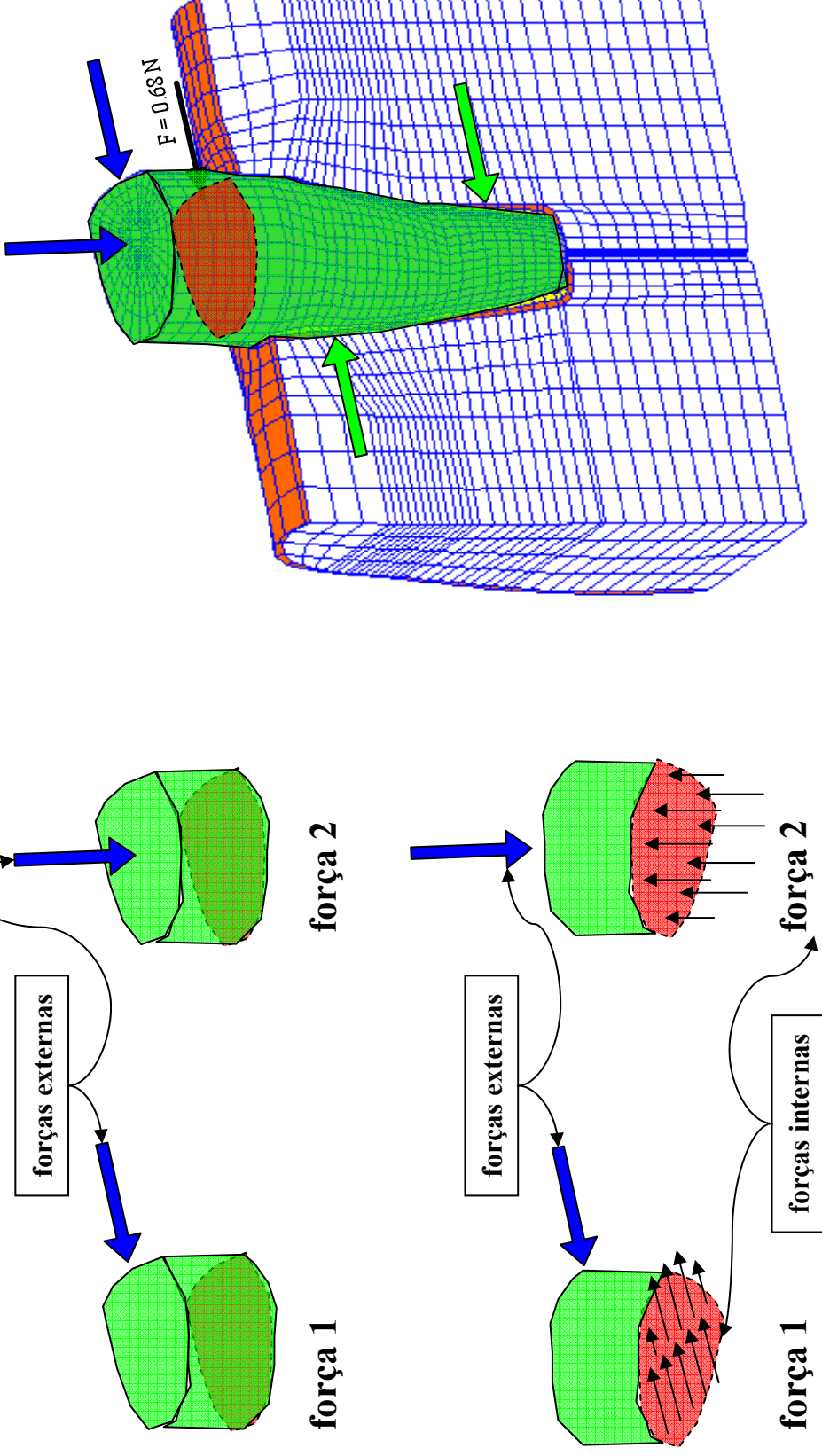
$$\sum_{i=1}^n \vec{F} = M \cdot \vec{a}_{cm} \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^n \vec{M}_{cm} = \dot{\vec{H}}_{cm}$$

- 3ª Lei de Newton, estabelece o princípio da acção reacção.



FORÇAS INTERNAS vs FORÇAS EXTERNAS

- Depende do sistema que se considerar (Dente):
 - Externas: forças aplicadas e reactivas;
 - Internas: forças exercidas por parte do sistema na parte complementar.

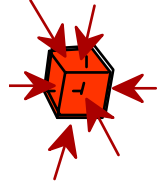
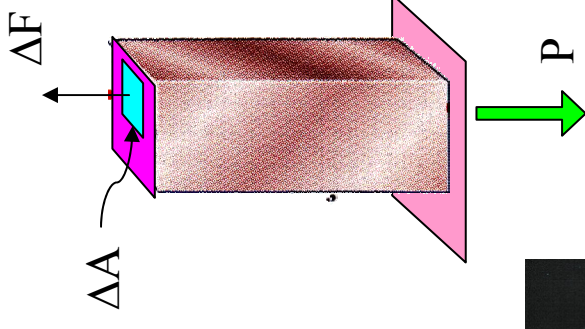


TENSÃO NORMAL

- Tensão normal:
 - Representa a intensidade da força interna, na direcção normal à superfície, distribuída sobre uma área.
 - Tendem a produzir alteração de volume no material (ex: pressão hidrostática), sendo resistidas pelo valor do módulo de elasticidade “E” e pelo valor do coeficiente de Poisson “ ν ”.

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

$$\sigma_{med} = \frac{P}{A}$$



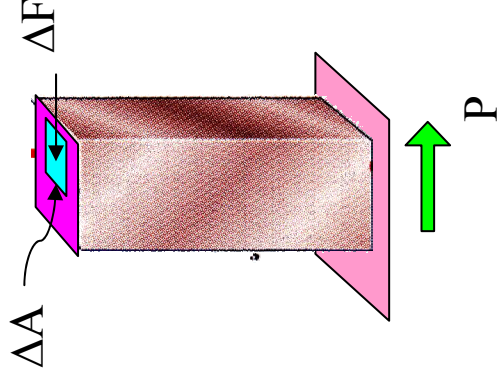
(photo courtesy P.M. Anderson)

TENSÃO DE CORTE

- Tensão de corte:
 - Intensidade das forças internas que actuam na direcção paralela ou tangencial ao plano em análise.
 - Tendem a produzir alteração de forma, sem alterar o respectivo volume, sendo resistidas pelo módulo de corte “G”.

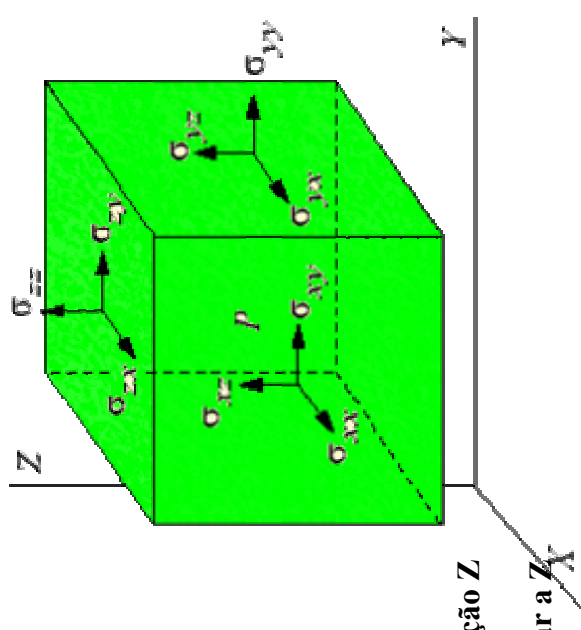
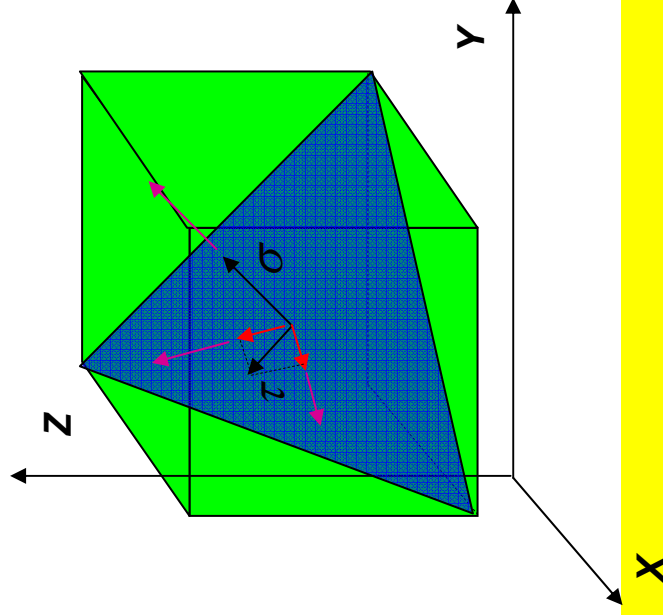
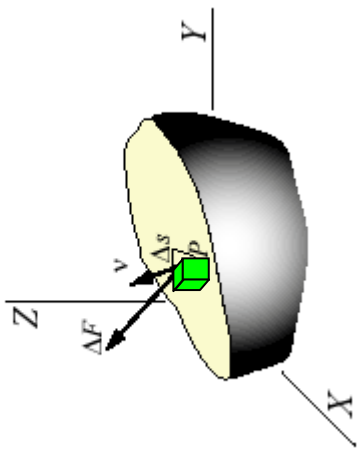
$$\tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

$$\tau_{med} = \frac{P}{A}$$

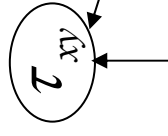


REPRESENTAÇÃO DO ESTADO DE TENSÃO UM PONTO

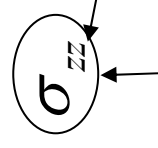
- Tensor:
 - serve para representar o estado de tensão num ponto;
 - utiliza o conceito de infinitésimo “ dV ”;
 - possui 9 componentes de tensão, 6 independentes.
 - Possíveis de serem calculadas, através da medição das deformações.
 - Tensões definidas num plano interno são decompostas em 3 componentes mutuamente ortogonais.



$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$



Face perpendicular a X



Face perpendicular a Z

DEFORMAÇÕES NORMAIS

- Deformações normais:
 - grandeza adimensional;
 - mede o quociente entre o alongamento e o comprimento inicial.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

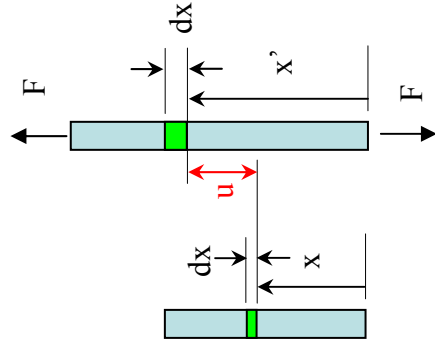
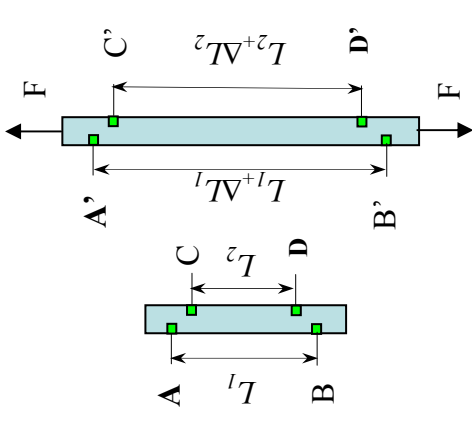
- Note:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta L_1}{L_1} \approx \varepsilon_2 = \frac{\Delta L_2}{L_2}$$

- em termos infinitesimais:

$$\varepsilon = \frac{dx' - dx}{dx} \quad \longrightarrow \quad \varepsilon = \frac{du}{dx}$$

$$u = x' - x$$



DEFORMAÇÕES DE CORTE

- Deformações de corte:
 - grandeza adimensional;
 - em termos infinitesimais, a componente do tensor representa uma média da deformação de corte;

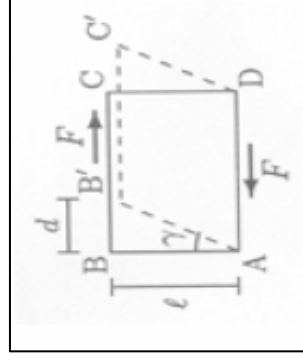
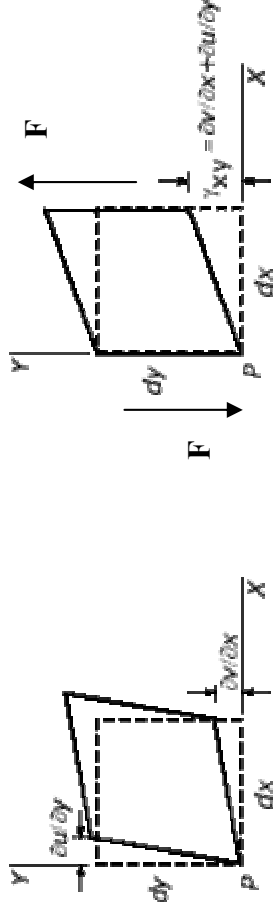
$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right]$$

- em termos infinitesimais, a deformação de corte de engenharia representa o valor total da deformação de corte;

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

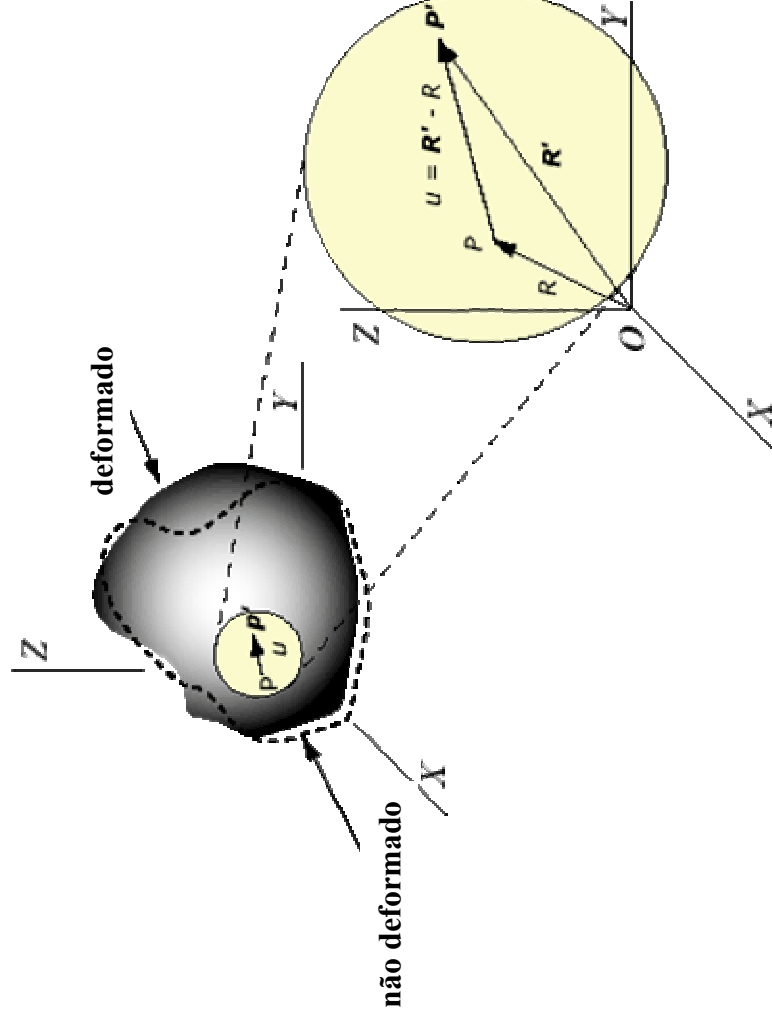
- Note: Para pequenas deformações;

$$\gamma = \frac{d}{l}$$



REPRESENTAÇÃO DO ESTADO DE DEFORMAÇÃO NUM PONTO

- Tensor:
 - serve para representar o estado de deformação num ponto;
 - utiliza o conceito de infinitésimo “ dV ”;
 - possui 9 componentes de deformação, 6 independentes.
 - possíveis de serem medidas (extensometria, métodos ópticos, etc.).



$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

LEIS CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS

- Relação entre tensão e deformação:
 - deve relacionar 6 componentes de deformação com 6 componentes de tensão;
 - no caso de materiais biológicos, deve ser considerado o comportamento anisotrópico do material e a viscoelasticidade;
 - esta relação deverá ser medida em laboratório.



Robert Hooke
(1635-1703)



Thomas Young
(1773-1829)



Siméon-Denis
Poisson
(1781-1840)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}$$

LEIS CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS ISOTRÓPICOS

- Lei de Hooke generalizada - isotropia elástica:
 - Equações da elasticidade;
 - Nos materiais isotrópicos as propriedades são as mesmas em qualquer direcção.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1+2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)} & \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1+2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)} & \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1+2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix}$$

LEIS CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS ISOTRÓPICOS

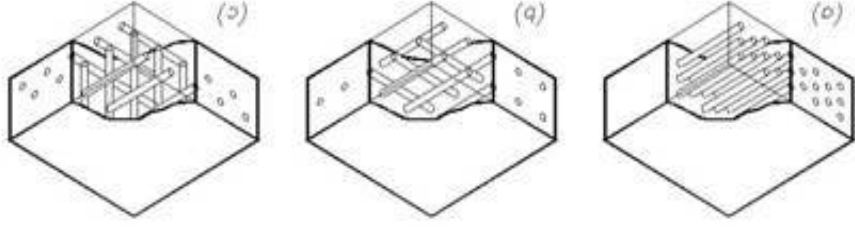
- Lei de Hooke generalizada: isotropia elástica.
 - Equações da termoelasticidade;
 - Acresce o efeito da variação térmica.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1+2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)} & \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1+2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)} & \frac{E\nu}{(1+\nu)(1+2\nu)} & \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1+2\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E\alpha T}{1-2\nu} \\ \frac{E\alpha T}{1-2\nu} \\ \frac{E\alpha T}{1-2\nu} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

LEIS CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS ORTOTRÓPICOS

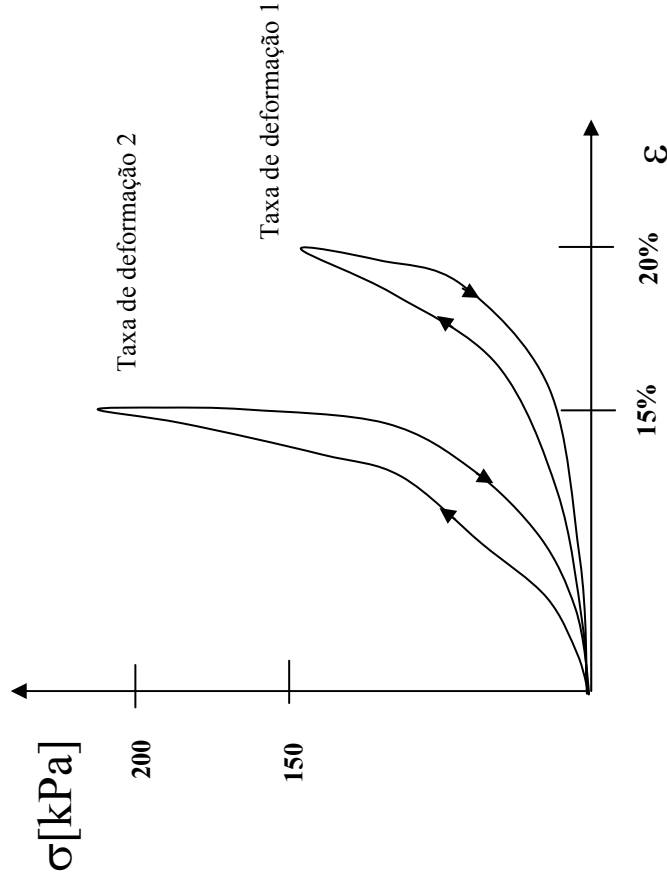
- Lei de Hooke generalizada: ortotropia elástica.
 - Os materiais são designados ortotrópicos quando as propriedades são diferentes segundo direcções perpendiculares. Se o material tem três planos de simetria elástica ortogonais então o material diz-se ortotrópico.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_x} & \frac{\nu_{yx}}{E_y} & -\frac{\nu_{zx}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & -\frac{\nu_{zy}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{xz}}{E_x} & -\frac{\nu_{yz}}{E_y} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{xy}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{yz}} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}$$



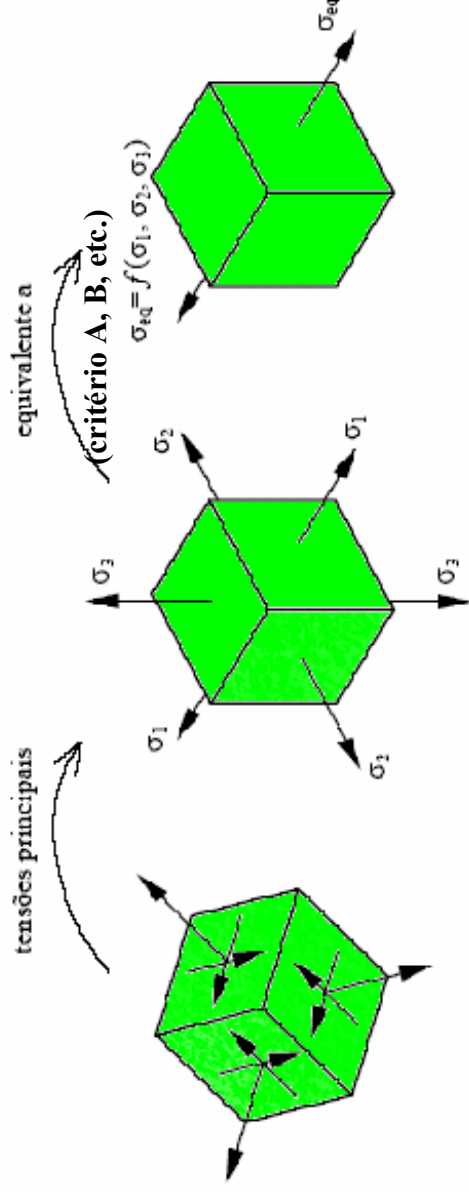
OUTRAS LEIS CONSTITUTIVAS DOS MATERIAIS

- Modelos viscoelásticos, quase lineares, utilizados para tecidos moles;
 - Tensão depende do nível de carga e do tempo.
 - Para informação especializada, consultar referência:
 - Fung, Y. C.; “Biomechanics – Mechanical properties of living tissues”, 2nd edition, Springer.



CRITÉRIOS DE RESISTÊNCIA TENSÃO EQUIVALENTE

- O objectivo dos critérios de resistência é obter uma relação entre as componentes do tensor das tensões e um valor representativo da resistência de um material.
- São função do comportamento do material, seja este isotrópico frágil, isotrópico dúctil, anisotrópico, etc.

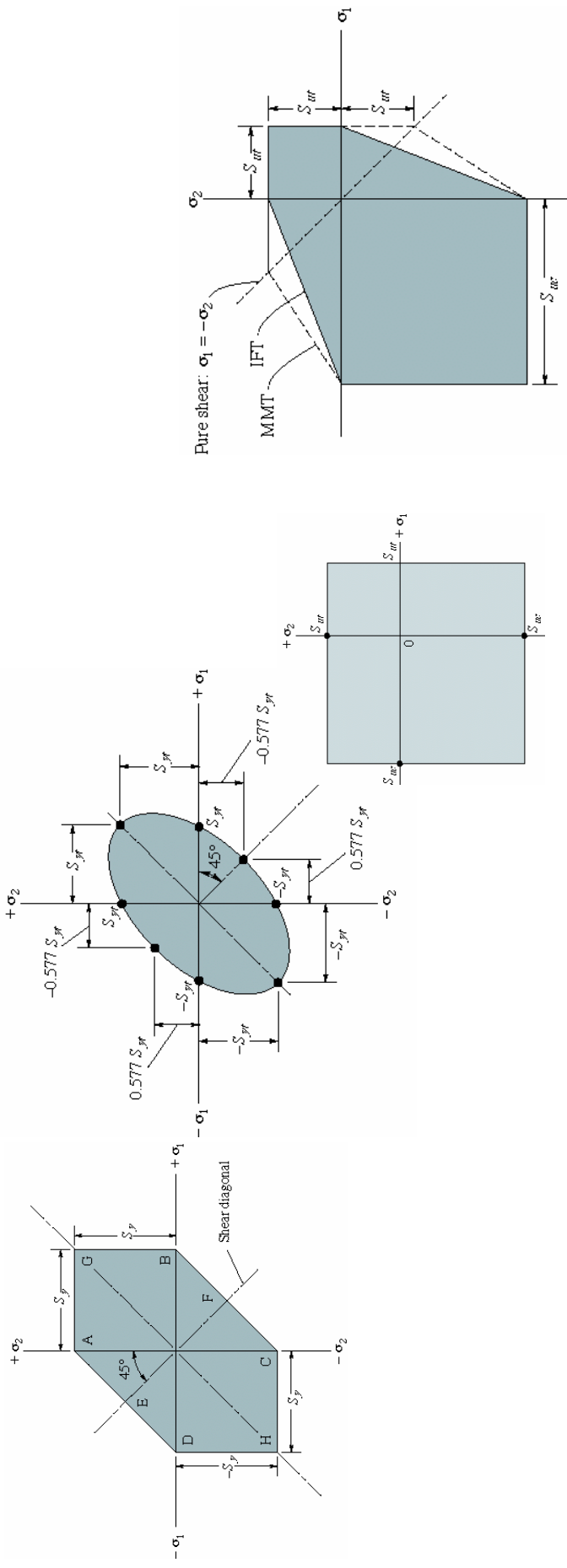


- Limite de resistência
 - tensão de cedência do material (materiais dúcteis);
 - tensão de rotura do material (materiais frágeis).

$$\sigma_{eq} \leq \sigma_{adm} \quad \sigma_{adm} = \frac{\sigma_{lim}}{\gamma}$$

CRITÉRIOS DE RESISTÊNCIA

- Critérios:
 - Critério da Tensão de Corte Máxima ou de Tresca (1865) – Mat. dúcteis;
 - Critério da Energia de Distorção ou de von Mises (1913) - Mat. dúcteis;
 - Critério da Tensão Normal Máxima ou de Coulomb (1736-1806) – Mat. Frágeis;
 - Critério de Mohr-Coulomb (1736-1806) – Mat. Frágeis;
 - Critério de Tsai-Hill (1948) – Mat. ortotrópicos;
 - Outros.



MÉTODOS COMPUTACIONAIS

APROXIMAÇÃO NUMÉRICA

- Métodos avançados de cálculo: método dos elementos finitos, método das diferenças finitas, método de elementos de fronteira, métodos sem malha.
- Servem para resolver sistemas em equilíbrio descritos por equações diferenciais.
- Equações substituídas por sistemas de equações algébricas.



- Solução pode ser: Temperatura se pretender resolver um problema térmico, deslocamento se pretender resolver problema estrutural, pressão se pretender resolver problema de escoamento, etc.

MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

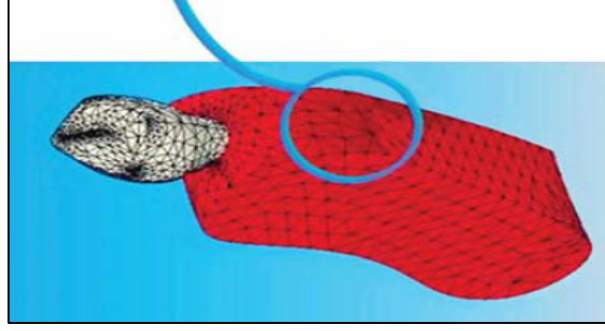
- Fases do método:
 - pré-processamento (modelo geométrico transformado no modelo matemático, com definições das propriedades, dos materiais, com a introdução das condições limites);
 - processamento (Assemblagem, resolução de grandes sistemas algébricos);
 - pós-processamento (representação dos resultados no modelo matemático).



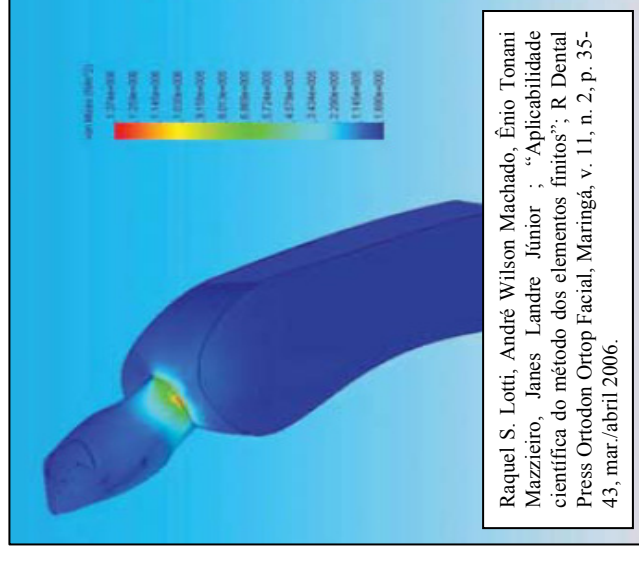
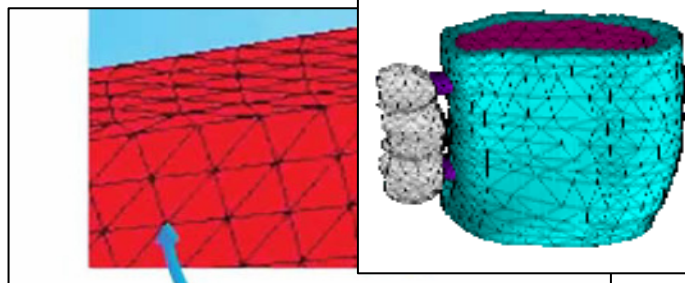
Modelo geométrico



Modelo geométrico



Modelo matemático

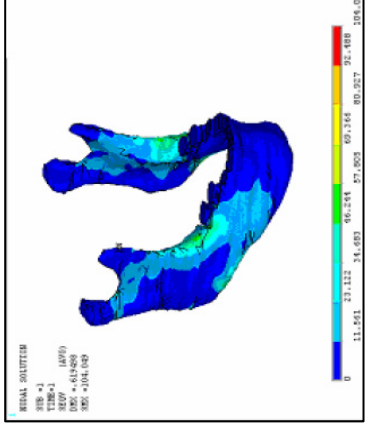
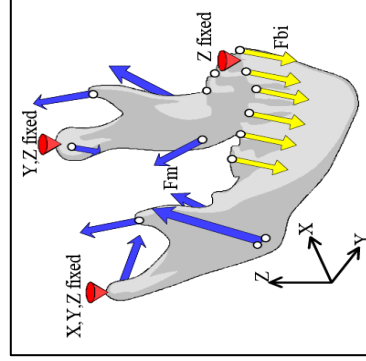
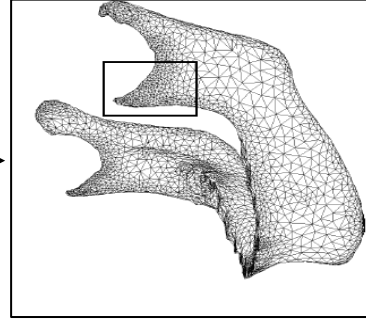
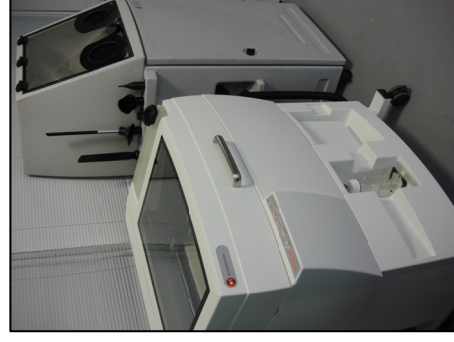
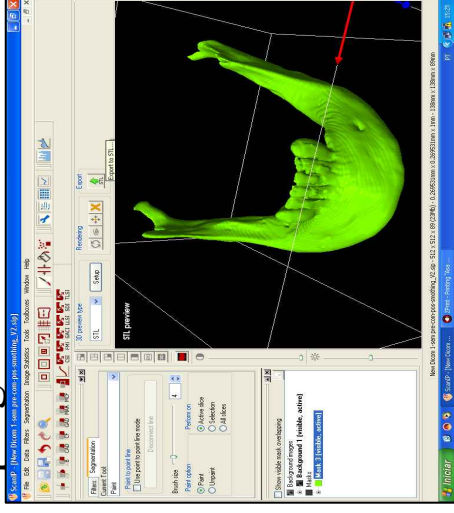
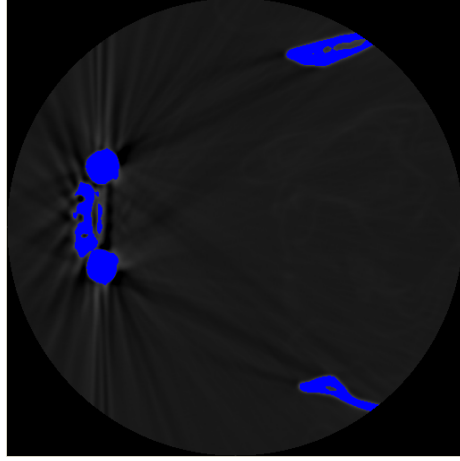


Raquel S. Lotti, André Wilson Machado, Ênio Tonani Mazzietto, James Landre Júnior ; "Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos"; R Dental Press Ortopodon Ortop Facial, Maringá, v. 11, n. 2, p. 35-43, mar./abril 2006.

Modelo matemático
fase de pós-processamento

PROCESSAMENTO DE FORMA E DE MODELOS

- Análise dos modelos em medicina dentária:
 - Facilitado com os programas de processamento de imagens (TAC /RM);
 - Facilitado com os programas standard de transferência de ficheiros.



N.Inou, M.Koseki, H.Tanizaki and K.Maki; "Development of the support system for individual stress analysis of a bone"; 6th International Symposium on Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, Madrid, Spain, February 2004.

Wang Dongmei, Wang Chengtao, Zhang Xiujuan, Xu Liqun; "Wang Dongmei, Wang Chengtao, Zhang Xiujuan, Xu Liqun" Design and Biomechanical Evaluation of a Custom lateral mandible Titanium Prosthesis"; Proceedings of the 2005 IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference, Shanghai, China, September 1-4, 2005.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

- Fung, Y. C.; “Biomechanics – Mechanical properties of living tissues”, 2nd edition, Springer, 2004.
- Natali, Arturo N; “Dental Biomechanics”, Taylor and Francis, 2003.

